

## 1. INTRODUZIONE

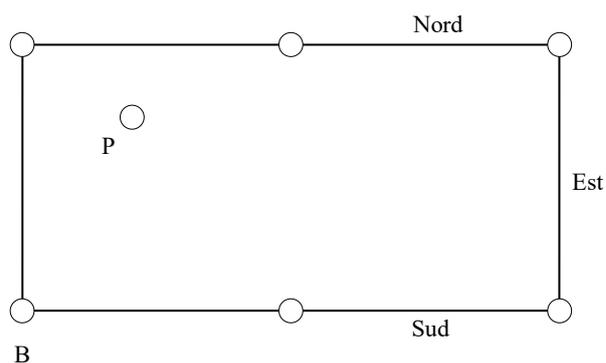
1) Spiegare con un esempio il significato di:

segmento, poligonale, poligono (regolare o irregolare, diagonali), retta, semiretta, figura geometrica, congruente, rette parallele, rette perpendicolari, rette incidenti, proprietà degli angoli definiti da due rette incidenti non perpendicolari, angolo, proporzioni tra segmenti formati da due rette parallele con due segmenti paralleli, simmetria assiale e centrale.

2) Completare la seguente tabella:

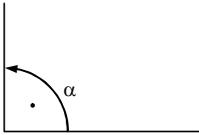
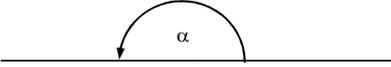
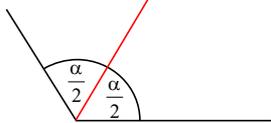
Simbolo	Significato
a, b, c, ...	Con le lettere <b>minuscole</b> definiamo: .....
A, B, C, ...	Con le lettere <b>maiuscole</b> definiamo: .....
$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	Con le lettere <b>dell'alfabeto greco</b> definiamo: .....
.....	<b>Lunghezza</b> del segmento AB
$r // s$	La retta r è .....
$r \perp s$	La retta r è .....
$r \cap s = \{ P \}$	.....
$P \in r$	.....
.....	P <b>non appartiene</b> a r (P è un punto che non si trova sulla retta r)
.....	<b>Angolo</b> $\gamma$ del triangolo ABC
.....	<b>Perimetro</b>
.....	<b>Area</b> di una superficie
$A_b$	.....
$A_f$	.....
V	.....
.....	Il triangolo ABC è <b>congruente</b> al triangolo DEF

- 3) Disegnare:
- un segmento compreso tra due punti distinti A e B;
  - una poligonale con 4 lati (denomina i vertici della poligonale); come si chiamano i segmenti che costituiscono la poligonale? Come si chiamano gli estremi dei segmenti della poligonale?
  - un poligono di 5 lati; da che cosa è caratterizzato un poligono?
  - un poligono regolare di 6 lati;
  - le diagonali del poligono nel caso c);
  - una figura geometrica qualsiasi;
  - una figura congruente alla figura del caso f);
  - una figura simile alla figura del caso f);
  - due rette incidenti;
  - due rette parallele;
  - due rette perpendicolari.
- 4) Spiegare e disegnare un esempio di simmetria assiale e un esempio di simmetria centrale.
- 5) Nel gioco del biliardo americano, la conclusione consiste nel imbucare la boccia dopo aver colpito tre sponde. Sapendo che l'ampiezza dell'angolo di rimbalzo è la stessa dell'angolo di arrivo provare a determinare:
- dapprima dove colpire la sponda Nord affinché la boccia P entri nella buca centrale a Sud;
  - poi il tragitto che deve percorrere la boccia P per colpire le sponde nella sequenza Sud-Est-Nord e poi entrare nella buca B.
- (**Suggerimento:** utilizzare la simmetria assiale)

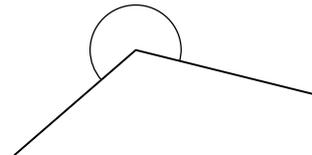
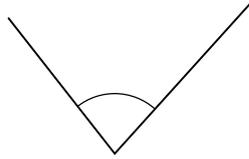


## 2. ANGOLI

1) Completare la seguente tabella:

Denominazione	Significato	Esempio
<b>Angolo retto</b>	$\alpha = 90^\circ$	
.....	$\alpha = \dots\dots\dots$	
<b>Angolo giro</b>	$\alpha = \dots\dots\dots$	
.....	$0^\circ < \square\square\alpha < 90^\circ$	
<b>Angolo ottuso</b>	.....	
<b>Angoli complementari</b>	.....	
.....	La somma dei due angoli è $180^\circ$	
.....	.....	

- 2) Tracciare le bisettrici dei rispettivi angoli:



- 3) Disegnare due angoli complementari e le relative bisettrici. Quanto vale l'angolo definito dalla due bisettrici?
- 4) Un trapezio isoscele ha due angoli di ampiezza  $57^\circ$ . Qual è l'ampiezza degli altri suoi angoli interni?
- 5) Una diagonale di un rettangolo forma un angolo di  $36^\circ$  con un lato. Trova l'ampiezza dell'angolo acuto formato dalle diagonali.
- 6) Considerando lo spostamento reale delle due lancette di un orologio analogico, calcolare l'angolo minore formato dalle lancette quando sono le ore:  
 a) 2:30      b) 7:50      c) 16:42  
 d) A che ore, minuti e secondi, per la prima volta dopo mezzogiorno, la lancetta delle ore si sovrappone esattamente a quella dei minuti?
- 7) Cosa significa un angolo di  $48^\circ 45' 30''$  (forma sessagesimale) ? E un angolo di  $62,4^\circ$  (forma decimale) ? Effettuare le rispettive conversioni, scrivendo i calcoli necessari (provare anche la conversione diretta con la calcolatrice).
- 8) Convertire i seguenti angoli dalla forma sessagesimale nella forma decimale e viceversa: (scrivere tutti i calcoli necessari)  
 a)  $1^\circ 23' 45'' =$       b)  $290^\circ 22' 58'' =$   
 c)  $18,24^\circ =$       d)  $165,6842^\circ =$
- 9) Completare la seguente tabella:

Angolo in gradi	$60^\circ$		$20^\circ$		$270^\circ$		$342^\circ$	
Angolo in radianti		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{8}$		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{3\pi}{5}$

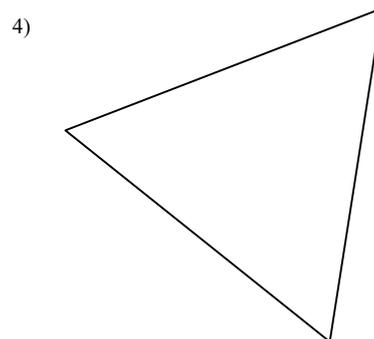
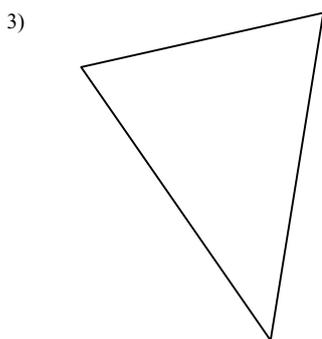
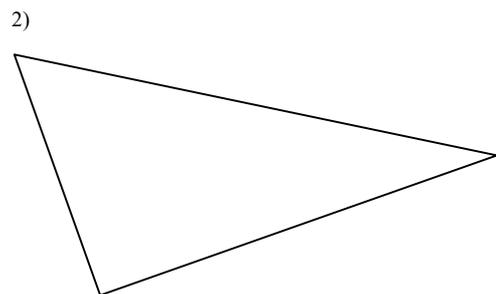
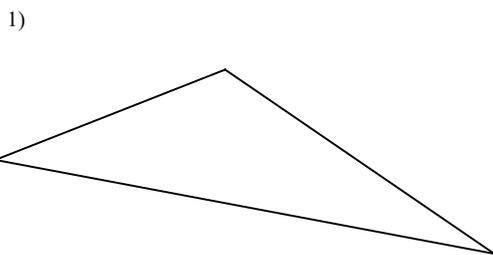
### 3. TRIANGOLI

1) Disegnare:

- a) un triangolo acutangolo;
- b) un triangolo rettangolo;
- c) un triangolo ottusangolo;
- d) un triangolo generico;
- e) un triangolo isoscele;
- f) un triangolo equilatero.

2) Per ciascuno dei seguenti triangoli:

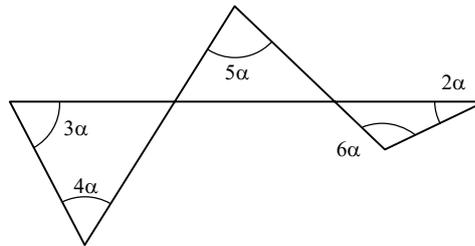
- a) indicare il tipo di triangolo (secondo gli angoli e secondo i lati);
- b) disegnare le loro altezze, mediane, mediatrici e bisettrici usando 4 colori diversi;
- c) disegnare il cerchio circoscritto nel primo triangolo;
- d) disegnare il cerchio inscritto nel secondo triangolo;
- e) disegnare il baricentro nel terzo triangolo;
- f) disegnare l'ortocentro nel quarto triangolo.



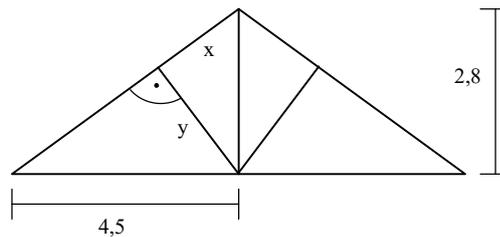
3) Rispondere alle seguenti domande:

- a) Un triangolo può avere due angoli ottusi e uno acuto?
- b) Un triangolo può avere tutti e tre gli angoli acuti?
- c) Un triangolo può avere due angoli acuti e uno retto?
- d) Un triangolo può avere due angoli acuti e uno ottuso?
- e) Un triangolo non può avere più di un angolo ottuso?

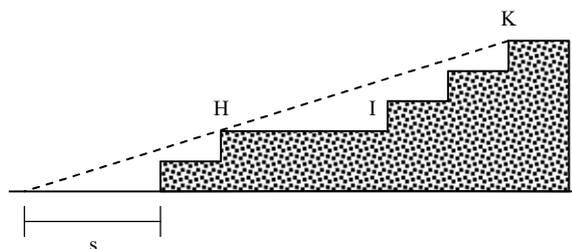
- 4) Disegnare due rette  $a$  e  $b$  che si intersecano nel punto  $E$ . Sulla retta  $a$  tracciare un segmento  $AB$  in modo che  $E$  sia il suo punto medio  $e$ , analogamente, sulla retta  $b$  tracciare un segmento  $CD \approx AB$  in modo che  $E$  sia ancora il suo punto medio. Unire  $A$  con  $C$  e  $B$  con  $D$ . Di che tipo sono i due triangoli  $ACE$  e  $BDE$ ? Sono congruenti? Motivare la risposta.
- 5) Nel seguente disegno indicativo determinare il valore di  $\alpha$ :



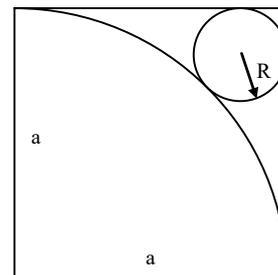
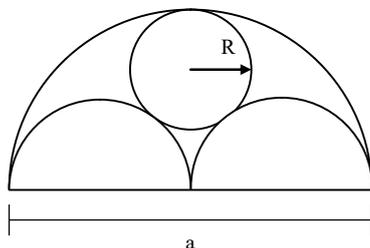
- 6) Le misure indicate (perpendicolari) sono in metri. Calcolare  $x$  e  $y$  (disegno non in scala).



- 7) L'ingegnere incaricato di progettare una rampa che permetta alle carrozzelle di superare il dislivello evitando gli scalini ha iniziato a tracciare un segmento tratteggiato che rappresenta la rampa. Essa poggia sugli spigoli di due scalini indicati nel disegno (approssimativo) dai punti  $H$  e  $K$ . Gli scalini hanno un'altezza (detta alzata) di 24 cm e una profondità (detta pedata) di 26 cm. Il pianerottolo  $HI$  è lungo 83 cm. Calcolare la lunghezza della rampa e la misura  $s$ .

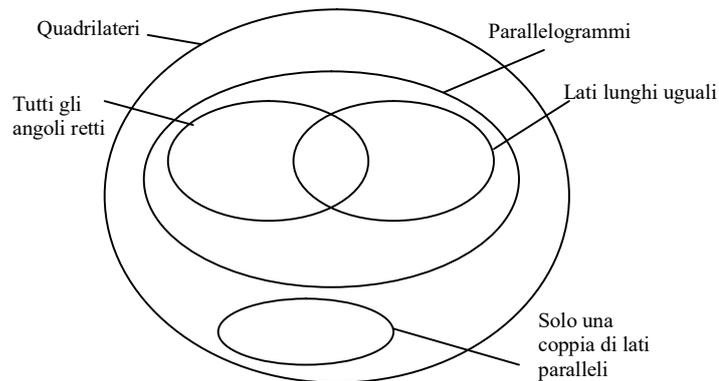


- 8) Determinare la formula che esprime l'altezza di un triangolo equilatero in funzione del lato (suggerimento: denominare il lato con la lettera  $a$  e calcolare  $h$  in modo letterale, ossia esprimendo  $h$  in funzione di  $a$ ). In seguito determinare la formula che esprime l'area del triangolo equilatero in funzione del lato.
- 9) Determinare le formule per poter calcolare le seguenti lunghezze in funzione delle lettere date.
- la diagonale  $d$  di un quadrato di lato  $a$ ;
  - il lato  $a$  di un quadrato di diagonale  $d$ ;
  - l'altezza  $h$  di un triangolo equilatero di lato  $a$ ;
  - il lato  $a$  di un triangolo equilatero di altezza  $h$ ;
  - il lato  $a$  di un quadrato inscritto in un cerchio di raggio  $r$ ;
  - il lato  $a$  di un quadrato circoscritto a un cerchio di raggio  $r$ ;
  - il lato  $a$  di un triangolo equilatero inscritto in un cerchio di raggio  $r$ ;
  - il lato  $a$  di un triangolo equilatero circoscritto a un cerchio di raggio  $r$ ;
  - il lato  $a$  di un rombo aventi le diagonali  $D$  e  $d$ .
- 10) Un'antenna è alta 600 m e si trova su una zona pianeggiante. Da che distanza dalla base dell'antenna è teoricamente possibile vedere la cima (raggio approssimativo della Terra  $R = 6370$  km)?
- 11) Sono in piedi su una spiaggia e guardo il mare, verso l'orizzonte. Se i miei occhi sono a 1,70 m dal suolo, fino a che distanza posso arrivare con lo sguardo? Quanto deve essere l'altezza di un faro affinché possa essere visto dal livello del mare, a una distanza di 25 km?
- 12) Calcolare  $R$  in funzione di  $a$  nei due casi seguenti (lasciare eventuali simboli di radice nel risultat):



## 4. QUADRILATERI

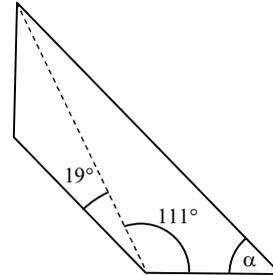
- 1) Conosci bene i quadrilateri? Rispondere alle seguenti domande per un quadrato, per un rettangolo, per un rombo, per un parallelogramma generico (romboide), per un quadrilatero qualunque, per un trapezio isoscele, per un trapezio rettangolo, per un trapezio qualunque.
- Come sono le lunghezze dei suoi lati?
  - Come sono le ampiezze dei suoi angoli?
  - Possiede copie di lati tra loro paralleli? Quante?
  - Possiede assi di simmetria? Quali?
  - Possiede un centro di simmetria? Quale?
  - Come sono le lunghezze delle sue diagonali?
  - Le sue diagonali sono perpendicolari?
  - Le sue diagonali si intersecano in un punto medio?
- 2) Nel seguente diagramma di Euler-Venn disegnare i quadrilateri della domanda precedente inserendoli al posto giusto. Inoltre inserire altre figure geometriche negli spazi rimanenti sottoindicati:



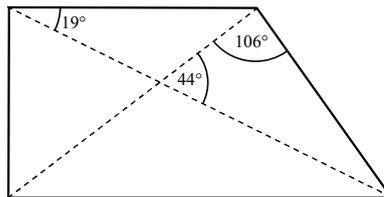
- 3) Se si aumenta di una lunghezza  $d$ :
- il lato  $a$  di un quadrato, di quanto aumenta il suo perimetro? E di quanto aumenta la sua area?
  - le due dimensioni  $a$  e  $b$  di un rettangolo, di quanto aumenta il suo perimetro? E la sua area?
- 4) Inscrivere in un quadrato di lato 6 cm un altro quadrato di 5 cm in modo tale che i vertici di quest'ultimo si trovino sui lati del primo quadrato.
- 5) Dal punto di incontro delle diagonali di un rombo tracciare le perpendicolari ai lati. Congiungere poi i quattro punti di intersezione così ottenuti. Che figura si forma?

6) Che figura si ottiene congiungendo i punti medi di un quadrilatero qualsiasi?

7) Nella figura è rappresentato un trapezio isoscele. Quanto vale l'ampiezza  $\alpha$ ?

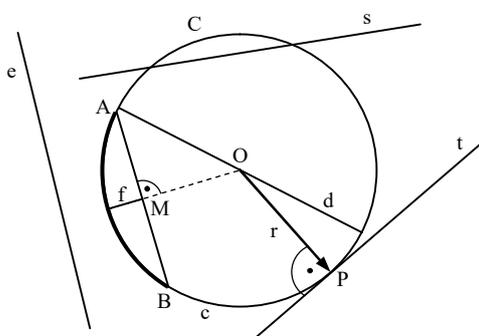


8) Nella figura è rappresentato un trapezio rettangolo. Determinare e scrivere le ampiezze di tutti gli angoli.



## 5. IL CERCHIO

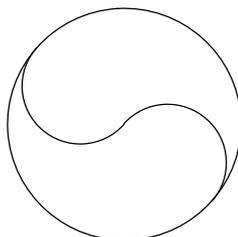
1) Scrivere nella seguente tabella le denominazioni degli elementi del cerchio:

Terminologia	Denominazioni	Esempio
	c	
	C	
	O	
	r	
	d	
	AB	
	M	
	$\widehat{AB}$	
	AOB	
	f	
	s	
	t	
	e	
	P	
	A, B	

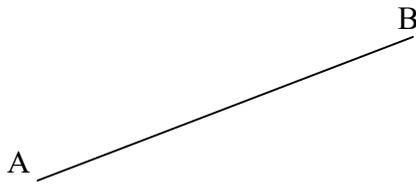
2) Rispondere alle seguenti domande:

- a) Qual è la differenza tra cerchio e circonferenza?
- b) Ogni cerchio possiede un centro di simmetria?
- c) Cos'è un segmento circolare?
- d) Se P e P' sono punti simmetrici di una circonferenza rispetto al centro, quale segmento è PP'?
- e) Disegnare tre punti qualsiasi (non sovrapposti, non allineati): disegnare la circonferenza passante per questi tre punti.

3) Il simbolo indicato è importante per la filosofia cinese. Prova a disegnarlo utilizzando riga e compasso.



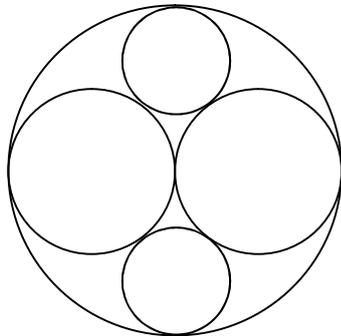
- 4) Determinare graficamente tutti i punti dai quali si vede il segmento AB con un angolo di  $50^\circ$ .



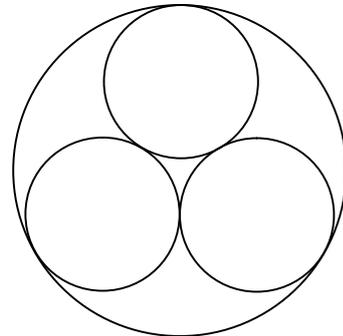
- 5) Una circonferenza ha il diametro  $AB = 5$  cm. Un punto  $C$  si trova sulla circonferenza in modo tale che  $AC = 4$  cm. Quanto vale  $BC$ ? Perché?
- 6) In un cerchio con  $r = 7$  cm è data una corda lunga 10 cm. Calcolare la distanza della corda dal centro del cerchio.
- 7) Disegnare due circonferenze con due diametri diversi. Tracciare la retta tangente ai due cerchi indicando il metodo per individuare graficamente i punti di contatto precisi tra cerchi e retta.
- 8) Calcolare l'angolo di un settore circolare il cui perimetro è equivalente alla circonferenza del cerchio in cui si trova il settore circolare.
- 9) Una ruota ha un diametro di 70 cm. Quanti giri compie su un tragitto di 100 km?
- 10) Vi sono modelli di antiche biciclette nelle quali la ruota anteriore è più grande di quella posteriore. In uno di questi modelli i diametri delle ruote misurano rispettivamente 140 cm e 50 cm.
- Se su un certo percorso la ruota anteriore ha compiuto 100 giri, quanti ne ha compiuti quella posteriore?
  - Sul battistrada di ciascuna ruota si segna un punto. Quanta strada dovrà essere percorsa, al minimo, per avere i due punti segnati di nuovo entrambi nella posizione iniziale? Quanti giri avrà percorso ogni ruota in quel momento?

11) Una ditta che produce cavi elettrici si trova confrontata con le seguenti situazioni:

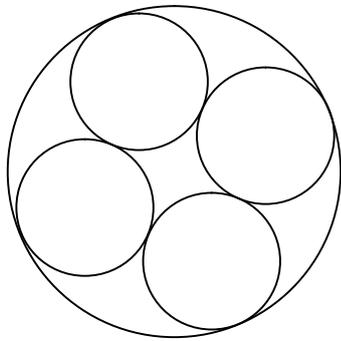
a)



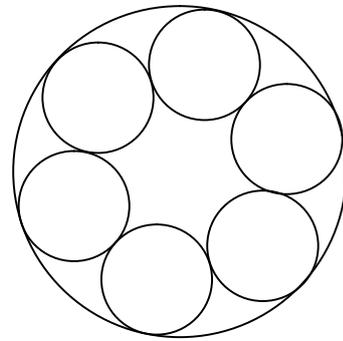
b)



c)



d)



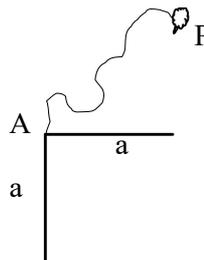
Esprimere il raggio  $r$  dei cerchi interni (conduttori) in funzione del raggio  $R$  del cerchio esterno (guaina) per i quattro casi indicati.

12) Ipotizziamo di far passare attorno alla Terra una corda che abbia la stessa lunghezza dell'equatore (approssimativamente 40'000 km) e che, quindi, aderisca perfettamente al suolo in ogni punto. Supponiamo, poi, di allungare di un metro questa corda e di sollevarla uniformemente, in modo che ogni suo punto abbia la stessa distanza dal suolo. Quanto misurerà questa distanza?

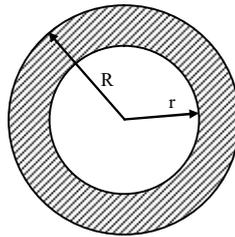
La distanza dal suolo dipende dal raggio della Terra? In altri termini, se la circonferenza viene allungata di un metro, la distanza dal suolo dipende dalla lunghezza della circonferenza?

## 6. CALCOLO DI SUPERFICI

- 1) Calcolare le seguenti grandezze utilizzando le formule fondamentali:
- In un triangolo equilatero, l'altezza è minore di 2 cm rispetto al lato. Calcolare perimetro e superficie del triangolo.
  - Un rettangolo ha la base doppia rispetto all'altezza. L'area vale  $27 \text{ cm}^2$ . Calcolare le dimensioni del rettangolo.
  - Le diagonali di un rombo misurano 6 cm rispettivamente 13 cm. Determina la superficie del rombo.
  - Un trapezio rettangolo di area  $144 \text{ cm}^2$  ha l'altezza lunga 8 cm. Sapendo che il triplo della lunghezza della base minore è inferiore di 2 cm alla lunghezza del doppio della base maggiore, determinare la lunghezza delle basi.
  - Un quadrato, un triangolo equilatero e un cerchio hanno lo stesso perimetro. Quanto vale il rapporto tra le loro aree?
- 2) Dato un quadrato di lato  $a$ , calcolare il perimetro e la superficie:
- del cerchio circoscritto al quadrato;
  - del cerchio inscritto nel quadrato.
- 3) La situazione rappresenta un prato (visto dall'alto) sul quale può pascolare una pecora P legata nel punto A con una corda lunga  $\frac{3}{2}$  di  $a$ . I due tratti lunghi  $a$  rappresentano due muri alti due metri, perpendicolari tra loro. Si domanda di:
- disegnare la superficie di pascolo utilizzando soltanto riga e compasso;
  - definire quali sono le singole aree che compongono l'intera superficie di pascolo;
  - calcolare ciascuna delle singole superfici in modo letterale;
  - calcolare la superficie di pascolo totale in modo letterale;
  - calcolare la superficie di pascolo totale se  $a = 4 \text{ m}$ ;
  - calcolare la superficie di pascolo alla quale la pecora non può accedere (all'interno del grande cerchio di centro A e di raggio  $\frac{3}{2} a$ ), in modo letterale.

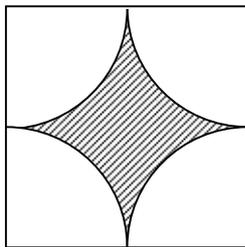


- 4) Determinare la formula della superficie tratteggiata (detta corona circolare) in funzione di  $R$  e  $r$ .

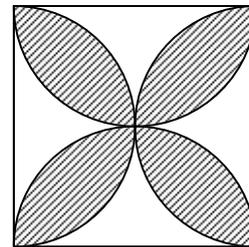


- 5) Determinare la superficie delle seguenti aree tratteggiate in funzione di  $a$  (lato dei quadrati o del triangolo), indicando dapprima da quali aree sono composte le seguenti superficie particolari:

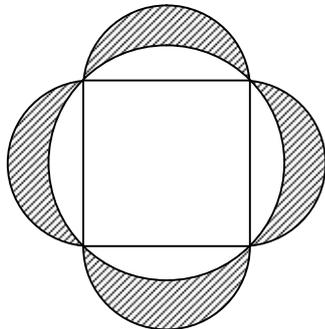
a)



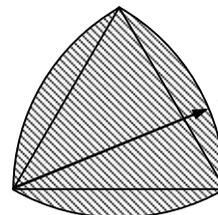
b)



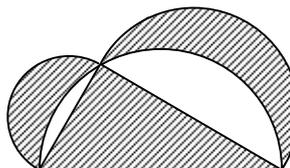
c)



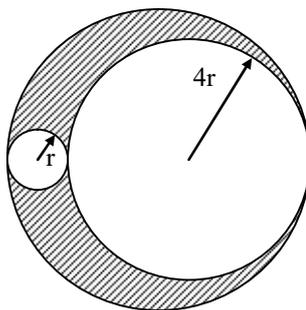
d)



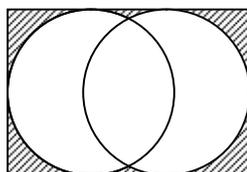
- 6) Data la seguente figura si domanda di dimostrare che l'area del triangolo è uguale alla somma delle aree delle due lunette (i lati del triangolo sono i tre diametri dei rispettivi cerchi).  
Osservazione: risolvere in modo più semplice considerando che due angoli del triangolo valgono  $60^\circ$  e  $30^\circ$ .  
Poi verificare quanto scritto sopra per un triangolo qualsiasi (denominare i cateti con due lettere e calcolare le aree in funzione di queste due lettere).



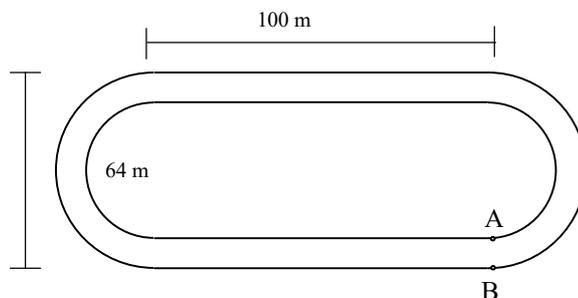
- 7) Calcolare area e perimetro della seguente figura in funzione di  $r$ .



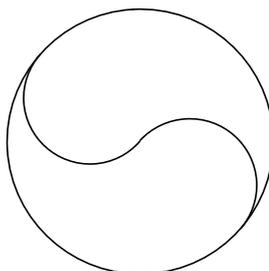
- 8) La figura rappresentata è un rettangolo che contiene esattamente due circonferenze, tali che il centro dell'una è un punto sull'altra. Calcolare area e perimetro della figura tratteggiata in funzione del raggio  $R$ .



- 9) In un velodromo un ciclista A percorre una traiettoria costituita da due semicirconferenze e da due rettilinei paralleli (vedi figura). Un ciclista B percorre una traiettoria che si mantiene a 2 m di distanza da quella di A ed è ad essa esterna. In un giro quanti metri B percorre in più di A? Se A percorre un giro alla velocità media di 40 km/h, quale dovrebbe essere la velocità media di B per percorrere un giro nello stesso tempo?

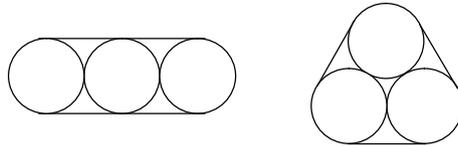


- 10) Calcolare il perimetro di una delle due parti in funzione del raggio  $R$  del cerchio.

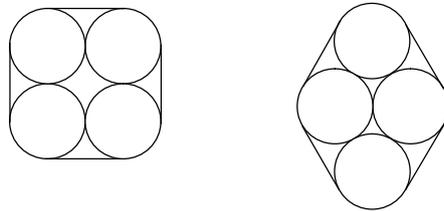


11) Una ditta si occupa di distribuire cibi in scatola. Consideriamo  $R$  il raggio della base della scatola cilindrica.

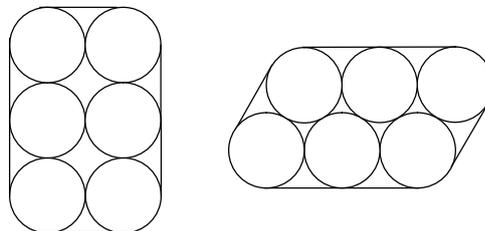
- a) Calcolare la lunghezza (in funzione di  $R$ ) della striscia di metallo che mantiene unite le scatole di alimenti nei casi seguenti:



- b) Calcolare quale tipo di imballaggio risulta essere il più conveniente tra i due proposti:

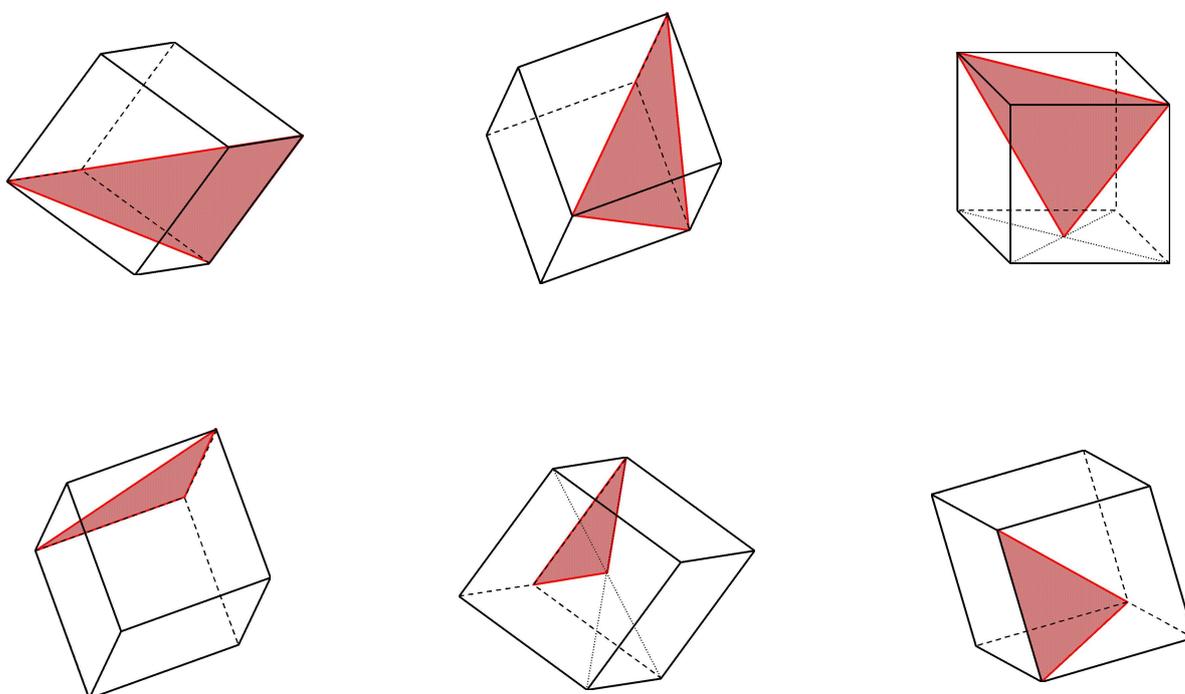


- c) Calcolare quale tipo di imballaggio occupa lo spazio minore:

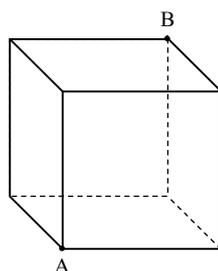


## 7. VOLUMI

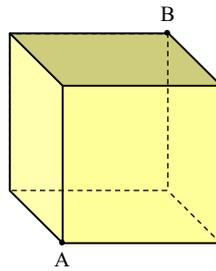
- 1) Consideriamo un cubo.
  - Che tipo di angolo (acuto, retto, ottuso) formano due spigoli incidenti
  - Che tipo di angolo (acuto, retto, ottuso) formano uno spigolo e una diagonale di una faccia?
  - Che tipo di angolo (acuto, retto, ottuso) formano due diagonali di una stessa faccia?
  
- 2) In ognuno dei seguenti disegni è rappresentato un cubo con evidenziato un triangolo.
  - Di che triangolo si tratta?
  - Se lo spigolo del cubo è lungo  $a$ , calcolare la superficie del rispettivo triangolo in funzione di  $a$ .



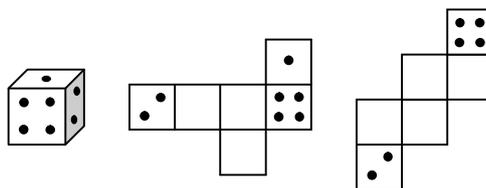
- 3) Si desidera determinare la strada più corta (passando solo sugli spigoli) per giungere dal punto A al punto B. Disegnare almeno un percorso possibile. Quanti di questi percorsi esistono?



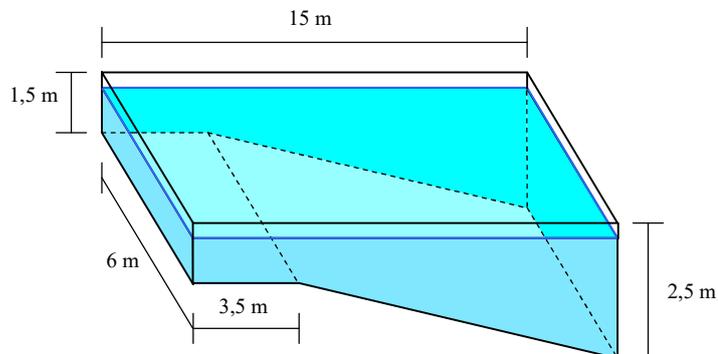
- 4) Si desidera determinare la strada più corta (passando sulle facce) per giungere dal punto A al punto B. Disegnare almeno un percorso possibile (suggerimento: utilizzare lo sviluppo del cubo). Quanti di questi percorsi esistono?



- 5) Sapendo che la somma dei numeri su due facce opposte è sempre 7, scrivere negli sviluppi i numeri mancanti.

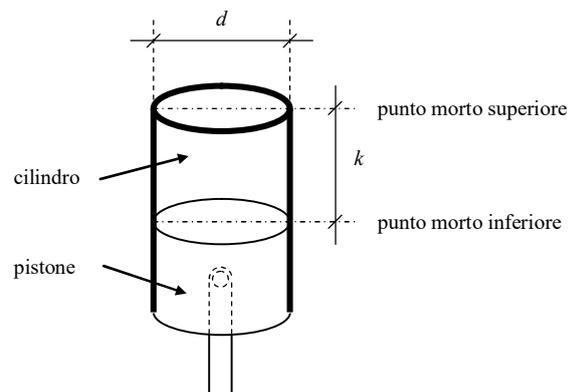


- 6) Calcola il volume di acqua contenuta in una piscina dalle dimensioni indicate, tenendo conto che l'acqua arriva a 20 cm dal bordo.



- 7) Sapendo che la lunghezza della linea equatoriale (meridiano medio) vale circa 40000 km, calcolare approssimativamente:
- il raggio della Terra;
  - il volume della Terra;
  - la superficie totale della crosta terrestre.
- 8) Un mucchio di ghiaia a forma di cono, ha un diametro di base di 6 m e un'altezza di 4 m. Calcolare il volume e la superficie laterale.

- 9) La cilindrata di un motore a scoppio è il volume totale dei cilindri, dove per cilindro si intende lo spazio percorso del pistone da un “punto morto” all’altro (il diametro  $d$  del cilindro si chiama “alesaggio” e l’altezza  $k$  si chiama “corsa”).
- Trovare una formula che permetta di calcolare la cilindrata  $V$  in funzione di  $k$ ,  $d$  e del numero dei cilindri  $n$ .
  - Calcolare l’alesaggio di un motore a scoppio che ha i seguenti dati tecnici: cilindrata  $1770,400 \text{ cm}^3$ ; corsa:  $78 \text{ mm}$ ; numero cilindri:  $4$ .
  - Calcolare la corsa dei cilindri di un motore a scoppio che ha i seguenti dati tecnici: cilindrata  $2387 \text{ cm}^3$ ; alesaggio:  $82 \text{ mm}$ ; numero cilindri:  $5$ .



- 10) La grande piramide in Egitto, ha un’altezza di  $147 \text{ m}$  e una base quadrata di  $230 \text{ m}$  di lato. Disegnare una piramide in scala, calcolare il volume e la superficie laterale.
- 11) Il volume di una piramide a base quadrata e con tutti gli spigoli lunghi uguali, vale  $250 \text{ cm}^3$ . Determinare la lunghezza degli spigoli e la superficie totale.
- 12) Da un cubo di spigolo  $a$  viene tagliato, in corrispondenza dei punti medi dei tre spigoli, un pezzo corrispondente a una piramide regolare. Calcolare il volume della piramide.

