

1. INTRODUZIONE

- 1) Riscrivere le seguenti espressioni nella forma più semplificata possibile:

$a \times b =$		$x + x + x + x + x + x =$	
$x \cdot y =$		$m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m =$	
$(p : q) / r =$		$x^0 \cdot x^1 =$	
$(-6) \cdot a \cdot b =$		$\frac{a}{1} =$	
$[(-1) \cdot a]^2 =$		$\frac{1/2}{2} =$	

- 2) Spiegare e fare un esempio riferito ai seguenti vocaboli:

variabile	equazione algebrica	binomio	forma normale polinomio
costante	termine	polinomio	uguaglianza
espressione algebrica	termini simili	grado del polinomio	equazione
somma algebrica	monomio	forma normale monomio	identità

- 3) Tra le seguenti espressioni indicare quali sono monomi e spiegare perché vengono escluse le altre:

$$3^{-2}a^2b^3x; \quad 4a^2xy^{-1}; \quad \frac{x}{2}; \quad \frac{a+2}{3x}; \quad (a-b) \cdot 2; \quad R^2\pi; \quad \frac{b \cdot h}{2}$$

- 4) Tra le seguenti espressioni indicare quali sono polinomi e spiegare perché vengono escluse le altre:

$$2a + \frac{1}{2}a; \quad x^2 + 3x; \quad \left(\frac{1}{2}x\right) \cdot 8ay; \quad 2 + \frac{a}{b}; \quad \frac{a+2}{3}; \quad \frac{x}{3} + 2x^2 - 1$$

- 5) Dato il seguente polinomio: $P(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$, scrivere:

- in quale variabile viene espresso il polinomio;
- quanto vale il grado del polinomio;
- il monomio contenente il coefficiente dominante;
- il coefficiente dominante;
- il risultato del polinomio per $x = 1$.

6) Ridurre i seguenti monomi a forma normale, scrivendo i passaggi necessari:

a) $2a^2bx^2 \frac{1}{2}ax^4\left(-\frac{4}{3}b\right) =$

b) $\left(-\frac{1}{4}b\right)x^2(-3)xy^3 2y^2 =$

c) $\frac{a}{2}yc^3\left(-\frac{1}{5}\right)by^2a^2 =$

d) $4a^3\left(-\frac{1}{4}\right)a^4 2(-a^8) =$

e) $a^4b\left(-\frac{1}{2}\right)^3 a^2\left(\frac{5}{2}\right)b^3(-4)a^2 =$

7) Rappresentare con un monomio semplificato le seguenti grandezze geometriche:

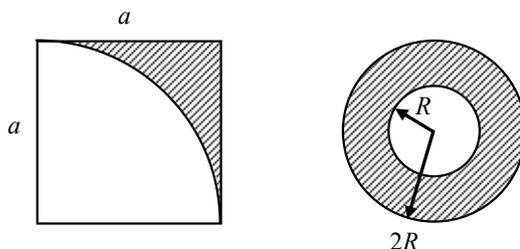
- l'area di un quadrato di lato $3x$;
- l'area di un rettangolo di base $3a$ e altezza doppia rispetto alla base;
- la somma delle superfici di 3 triangoli rettangoli e isosceli con i lati uguali lunghi a ;
- l'area di un triangolo equilatero di lato a ;
- il volume di un cilindro il cui raggio misura $2a$ e l'altezza è quadrupla del raggio.

8) Determinare la formula che esprime il valore della somma degli angoli interni di un poligono in funzione del numero di lati (suggerimento: la somma degli angoli interni di un triangolo è di 180°).

9) In una scacchiera ci sono 8×8 quadratini. Nella scacchiera si possono così individuare quadrati di diverse dimensioni. Per esempio i più piccoli sono 64 quadrati di lato 1, il più grande è un quadrato di lato 8. Se chiamiamo la lunghezza del lato dei quadrati k , dimostrare che $(9 - k)^2$ è la formula che esprime il numero di quadrati di lato k contenuti nella scacchiera.

10) Scrivere con espressioni letterali semplificate:

- la superficie tratteggiata contenuta nel quadrato di lato a (ossia: Area = formula contenente a);
- la superficie tratteggiata definita dai due cerchi di raggio R e $2R$ (ossia: Area = formula contenente R).



2. OPERAZIONI ALGEBRICHE DI BASE

1) Date la seguente espressione algebrica $4x^{-1} - 2xy - 3\pi x + \frac{1}{2}x^2 - 5x + \sqrt{2}xy - 6 - 2yx$, si domanda:

- quali elementi sono dei monomi (o dei termini)?
- quali lettere sono delle variabili e quali delle costanti?
- quali monomi sono simili?
- quali monomi sono uguali?

2) Eseguire la somma algebrica dei seguenti monomi:

- $-\frac{1}{4}a + 2b^2 + 6a - \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b^2 - 6a =$
- $2a^2 - (-3a^2) + (-5a^2) - a - (-a) =$
- $9x + 5x - 10x + x =$
- $-ab + 4ab - 12ab + \frac{1}{3}ab + 2ba =$
- $-\frac{1}{2}y + y - (-\frac{1}{4}y) - 7y + \frac{3y}{4} =$
- $ax^3 + x^3 + 3x^2 - (5x^3 + 2x^2) - [-(-2ax^3 + 4x^3)] =$

3) Completare la seguente tabella:

moltiplicato per	-3	$-x^2$	$2y^3$
-3			
-4x			
$\frac{1}{2}y$			

4) Eseguire la moltiplicazione tra i seguenti monomi:

- $2ab \cdot (-3a^2b) =$
- $-4xy^3 \cdot \frac{1}{2}x^3y^2 =$
- $-\frac{3}{4}a^3b^4c \cdot \left(-\frac{1}{2}ab^2c^5\right) =$
- $\left(-\frac{3}{4}a^3b^2\right) \cdot (-2ab^3) \cdot \left(\frac{4}{3}a^2\right) =$

5) Semplificare le seguenti espressioni con i monomi:

a) $a^2x \cdot \left(\frac{1}{2}x\right) + \left(\frac{1}{2}ax\right) \cdot \left(\frac{2}{3}a\right) - \frac{2}{3}a^2x^2 =$

b) $(-2x)\left(-\frac{1}{2}y\right) + (-2y)x + xy + y(-x) + 2xy + y(-x) =$

6) Calcolare le seguenti potenze di monomi:

a) $(-3a^3)^2 =$ b) $(2a^2b)^3 =$ c) $\left(-\frac{1}{2}a^3b^2c\right)^5 =$ d) $(-5ab^5)^3 =$

7) Quali monomi al quadrato danno rispettivamente:

a) $25a^{10}b^{14} ?$ b) $\frac{49}{9}a^{36}b^{100} ?$

8) Quali monomi al cubo danno rispettivamente:

a) $x^6y^9 ?$ b) $\frac{8}{27}a^9b^6c^3 ?$

9) Semplificare le seguenti espressioni con i monomi:

a) $[(-2xy)^2]^3 : (-2xy^2)^3 - 2(-x)^3 =$ b) $[-a(-a)^2 + a^5 : (-a^2)] + (-a)^3 + 2a^2(-a) =$

10) Dati i monomi $A = \frac{1}{2}x^2y$; $B = -2x^2y$; $C = -\frac{1}{3}x^2y$, risolvere:

a) $-(A+B) =$ b) $A-C =$ c) $B-(B-A)-A =$ d) $B+C-2A =$

11) Tradurre le seguenti frasi mediante un'uguaglianza tra monomi:

- Il prodotto di due numeri è uguale al prodotto dei loro opposti.
- Il prodotto dei doppi di due numeri è uguale al quadruplo del loro prodotto.
- Se al quintuplo di un numero si sottrae il suo triplo, si ottiene il suo doppio.
- Il quoziente tra il quadrato del doppio del prodotto di due numeri e il doppio del quadrato del secondo numero è uguale al doppio del quadrato del primo numero.

12) Un rettangolo ha base lunga $2c$ e altezza lunga $3a$; se si dimezza la base e si raddoppia l'altezza quale sarà la sua area? Calcolare inoltre la differenza tra il nuovo perimetro e il precedente.

13) Determinare M.C.D. e m.c.m. dei seguenti monomi:

- x^2y^2 ; $2xy^2$; $4xy$
- $72a^3b^2$; $18a^2b^3x^2$; $15a^4b^4x$

14) Ridurre i seguenti polinomi a forma normale:

- a) $2a^4 + 2ab^2 - 3a^4 + b^2 + a^4 + ab =$
 b) $(4x^3 - 5x^2 + 2) + (-3x^2 + 2x^2 - 2) =$
 c) $\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{5}\right) - \left(4 + \frac{1}{3}x - \frac{3}{5}x^2\right) =$

15) Eseguire la moltiplicazione tra i seguenti polinomi e monomi:

- a) $a(x + a) =$
 b) $(-xy)(-2x + y) =$
 c) $(a^2 - 3a - 1)(2a) =$
 d) $-3ab(a^2 + b^2) + ab(a^2 - b^2) + 2ab(a^2 + 2b^2) =$

16) Eseguire la moltiplicazione tra i seguenti polinomi:

- a) $(x + 1)(2x + 3)(x - 4) =$
 b) $(a + b)(a - b)(a^2 + b^2) =$
 c) $3a(a + 2)5a - 2a(a + 3)(a - 1) =$
 d) $(4x^3 - 2x^2 + 5x - 3) \cdot (2x^2 - 6x - 3) =$

17) Risolvere le seguenti divisioni:

- a) $(20a^4 - 12a^3 + 6a^2) : (2a^2) =$
 b) $(x^4 + 3x^2 - 4) : (x^2 - 4) =$
 c) $(a^3 + 2a^2b - 4ab^2 - 8b^3) : (a + 2b) =$
 d) $(x^5 - x^3 + 1) : (x^2 + 1) =$
 e) $(1 - x^6) : (x^2 + x^4 + 1) =$

18) Scegliere le risposte corrette:

Operazione	a)	b)	c)	d)	e)
$\frac{ax - b}{a} =$	$\frac{x - b}{a}$	$x - b$	$x - \frac{b}{a}$	$\frac{x}{a} - b$	$\frac{x}{a} - \frac{b}{a}$
$x^2 = 4 \Rightarrow x = ?$	2	-2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	± 2
$-\frac{6x + 4}{2} =$	$-\frac{6x}{2} + \frac{4}{2}$	$-3x + 2$	$+3x + 2$	$-3x - 2$	$3x + 2$
$\sqrt{\frac{1}{a}} =$	$a^{\frac{1}{3}}$	a^2	$a^{-\frac{1}{2}}$	a^{-2}	$a^{\frac{1}{2}}$
$2^{\frac{5}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} =$	$\frac{1}{2}$	2	16	$2^{\frac{15}{4}}$	nessuna delle precedenti

3. PRODOTTI NOTEVOLI

1) Risolvere o sviluppare le seguenti operazioni utilizzando le regole sui prodotti notevoli:

- | | |
|------------------------------|---|
| a) $(\Delta + \Theta)^2 =$ | b) $(a + b)^2 =$ |
| c) $(a - b)^2 =$ | d) $(a - b) \cdot (a - b) =$ |
| e) $(m + n) \cdot (m - n) =$ | f) $(m + n)^2 =$ |
| g) $(p - q)^2 =$ | h) $(4 + 3t)^2 =$ |
| i) $(5p^2 - 2q^2)^2 =$ | l) $[(2a - 3b) - 4c][(2a - 3b) + 4c] =$ |

2) Non tutte le uguaglianze proposte sono corrette. Individuare quelle giuste e correggere quelle sbagliate:

Uguaglianza	Giusta	Eventuale correzione
$(a + b)(a + b) = a^2 + b^2$		
$(a + b)(b - a) = b^2 - a^2$		
$(-a - b)^2 = (a + b)^2$		
$a^3 + b^3 = (a + b)^3$		
$\sqrt{x^2 + y^2} = x + y$		
$(x + y)^2 = x^2 + y^2$		
$(-a + b)(b - a) = (a - b)^2$		
$\sqrt{x + y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$		

3) Indicare con una crocetta a quale tipo di prodotto notevole corrisponde l'espressione algebrica data:

Espressione algebrica	(a + b) ²	(a - b) ²	a ² - b ²	(a + b) ³	(a - b) ³	a ³ + b ³	a ³ - b ³	Trinomio tipico
$x^2 - 2xy + y^2$								
$(m + n)(m - n)$								
$c^2 + 2bc + b^2$								
$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$								
$(x - y)(x^2 + xy + y^2)$								
$(m + n)(m^2 - mn + n^2)$								
$x^2 - x - 2$								

4) Prova il seguente calcolo:

- scegli tre numeri interi consecutivi che chiameremo A, B e C (per esempio $A = 853$; $B = 854$; $C = 855$)
- moltiplica A per C ($853 \cdot 855 = 729'315$)
- eleva al quadrato B ($854 \cdot 854 = 729'316$)
- sottrai dal quadrato di B il prodotto di A con C ($B^2 - A \cdot C = 729'316 - 729'315 = 1$)
- il risultato sarà sempre 1!

Scrivi algebricamente il procedimento spiegato sopra e dimostra che il risultato è sempre 1.

Suggerimento: utilizza il prodotto notevole $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

5) La somma dei quadrati di tre numeri dispari consecutivi, divisa per 12, dà come resto sempre 11.

Scrivere l'espressione in modo letterale, risolverla e verificare quanto scritto sopra.

Suggerimento: un numero dispari può essere scritto nella forma $(2n + 1)$ con $n \in \mathbb{N}$.

6) Semplificare il più possibile le seguenti espressioni:

a) $(a - b)^2 - (a - 2b)^2 + (a - b)(a + b) =$

b) $(x + 1)^3 + 3(x + 1)^2 + 3(x + 1) + 1 =$

c) $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2) - (a^2 + b^2)^2 + 2a(a^2 + b^2) =$

d) $\{[(x^3 - y^3) + (x + y)^3 + 2x^2y - x(2x + 3y)(x + y)]^2 - 2\}^3 =$

e) $\left[\left(a - b - \frac{1}{2} \right) \left(-a + b - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{4} \right] \cdot (a + b)^2 + (a^2 - b^2)^2 =$

f) $(x^n - y^n)^2 - 3x^n(y^n - x^n) - (2x^n + y^n)^2 =$

7) Risolvere la seguente espressione utilizzando i prodotti notevoli: $\left(\sqrt{y + \sqrt{y^2 - x^2}} + \sqrt{y - \sqrt{y^2 - x^2}} \right)^2 =$

4. SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

1) Scomporre in fattori il più possibile le seguenti espressioni utilizzando la tecnica del raccoglimento a fattore comune:

- a) $a^3x^2 - a^3y^2 =$
 b) $x^3 + 4x =$
 c) $4m^4 - 2m^3 - 2m^6 =$
 d) $4x^2y^5 - 12xy^6 - 6xy^5 =$

2) Scomporre in fattori il più possibile le seguenti espressioni utilizzando la tecnica del raccoglimento parziale:

- a) $5ax - x - 5a + 1 =$
 b) $3ab - 6ac + b^2 - 2bc =$
 c) $12a^2 - 4a - 3a + 1 =$
 d) $3(a + b) + x(a - b) - 3(a - b) - x(a + b) =$

3) Scomporre in fattori il più possibile le seguenti espressioni utilizzando i prodotti notevoli:

- a) $4x^2 - 9y^2 =$
 b) $(a + 3b)^2 - 25b^2 =$
 c) $5m^2 - 5 =$
 d) $x^2 - 10x + 25 =$
 e) $6ab^3 + b^6 + 9a^2 =$
 f) $a^2 + 2ab - c^2 + b^2 =$
 g) $-x^3 + 3x^2y - 3xy^2 + y^3 =$
 h) $x^4 - y^4 =$

4) Nella seguente tabella scegliere il tipo di prodotti notevoli fondamentali che generano le espressioni indicate:

Espressione algebrica	$(a + b)^2$	$(a - b)^2$	$(a + b)(a - b)$	$(a + b)^3$	$(a - b)^3$	$a^3 + b^3$	$a^3 - b^3$
a) $m^2 + 2mn + n^2$							
b) $x^2 - y^2$							
c) $4p^2 + 4p + 1$							
d) $c^3 + 3c^2d + 3cd^2 + d^3$							
e) $(2x - 2y)(4x^2 + 4xy + 4y^2)$							
f) $(3m + 2n)(9m^2 - 6mn + 4n^2)$							

5) Scomporre in fattori il più possibile i seguenti trinomi tipici:

- a) $a^2 + 8a + 15 =$
 b) $x^2 + 4x - 21 =$
 c) $a^4 + a^2 - 2 =$

6) Scomporre in fattori il più possibile le seguenti espressioni:

a) $p^2 + 2pq + q^2 =$	b) $3x + 6y =$
c) $\Delta^2 - O^2 =$	d) $\frac{1}{2}a^3 + \frac{1}{2}a =$
e) $6ab + 12a^2b =$	f) $x^3 + 2x^2y + xy^2 =$
g) $x^3 - x^2 + x - 1 =$	h) $p^4 + q^4 - pq^3 - p^3q =$
i) $(a - b)m - a + b =$	l) $64x^3 + 27 =$
m) $x^4 - 16 =$	n) $a^3 - a^2b - ab^2 + b^3 =$
o) $1 - a^8 =$	p) $8x^3 - 27y^3 =$
q) $x^2(x^2 - 4) - x^4 + 4 =$	r) $2x^6 + 12x^4 + 24x^2 + 16 =$

7) Risolvere le seguenti equazioni utilizzando le tecniche di fattorizzazione adeguate:

- a) $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$
 b) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

5. FRAZIONI ALGEBRICHE

1) Indicare le condizioni di esistenza delle seguenti frazioni:

a) $\frac{x+y}{2xy}$

b) $\frac{5x-1}{2x+3}$

c) $\frac{2x-5}{x^2-4}$

d) $\frac{a-4}{a^5-27a^2}$

2) Semplificare le seguenti frazioni algebriche ai minimi termini:

a) $\frac{15a^3b^5}{3a^4b^2} =$

b) $\frac{x^2-4x+4}{3x^2-12} =$

c) $\frac{-x-y}{x+y} =$

d) $\frac{m^2-9}{m^3-3m^2} =$

e) $\frac{t-5}{25-t^2} =$

f) $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^3-b^3} =$

g) $\frac{x^4-1}{x^2-1} =$

h) $\frac{(a+b)^2-4ab}{(a-b)^2} =$

i) $\frac{c^2-d^2+c-d}{c^2+2cd+d^2-1} =$

j) $\frac{x^6-y^6}{x^4+x^3y-xy^3-y^4} =$

3) Eseguire le operazioni con le seguenti frazioni:

a) $\frac{1}{2x} - \frac{x-1}{x} =$

b) $\frac{1}{6b} - \frac{2}{3b} + \frac{1}{2b} =$

c) $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{y+x} + \frac{1}{2} =$

d) $\frac{x+2}{x^2+x-2} + \frac{x}{x+2} - \frac{1}{x-1} =$

e) $\frac{1}{(a-b)(a-x)} + \frac{1}{(b-a)(b-x)} + \frac{1}{(x-a)(x-b)} =$

4) Semplificare le seguenti frazioni (se possibile) ed effettuare l'elevazione a potenza:

a) $\left(\frac{3a^2b^3}{4c^4}\right)^2 =$

b) $\left(\frac{2a+2b}{a^2+2ab+b^2}\right)^3 =$

c) $\left(-\frac{2ac^2}{3b^4}\right)^{-2} =$

d) $\left[\left(\frac{a+b}{a^2-b^2}\right)^2\right]^{-1} =$

5) Risolvere le seguenti operazioni con le frazioni algebriche:

$$a) \quad \frac{a}{3b^3} \cdot \frac{9b^2}{2a^2} =$$

$$b) \quad \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) \cdot \frac{x}{x-1} =$$

$$c) \quad \frac{a^3 - 2}{4a^2y} + \frac{1}{2} - \frac{a}{4y} + \frac{1}{2a^2y} =$$

$$d) \quad \frac{m^3 + n^3}{m^2 - n^2} : \frac{m^3 - m^2n + mn^2}{2m - 2n} =$$

6) Risolvere le operazioni con le seguenti frazioni a termini frazionari:

$$a) \quad \frac{\frac{x}{y} + 1}{(x+y)^2} =$$

$$b) \quad \frac{\frac{1}{d} - \frac{1}{c}}{c^2 - d^2} =$$

$$c) \quad \frac{\frac{1}{a^2} + \frac{2}{ab} + \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} =$$

$$d) \quad \frac{\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2}}{\frac{1}{p^3} - \frac{1}{q^3}} =$$

$$e) \quad \frac{\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}}{\frac{2y}{x^2 - y^2}} =$$

$$f) \quad \frac{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} + \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}}{\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}} =$$

7) Razionalizzare i denominatori delle seguenti frazioni:

$$a) \quad \frac{1}{\sqrt{x}} =$$

$$b) \quad \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} =$$

$$c) \quad \frac{ab}{3\sqrt[4]{ab}} =$$

$$d) \quad \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} =$$

6. EQUAZIONI DI PRIMO GRADO

1) Spiegare e fare un esempio per ciascuna delle seguenti denominazioni:

Uguaglianza	Equazione	Identità
Risolvere un'equazione in x	Soluzioni o radici dell'equazione in x	Soluzioni determinate
Soluzioni indeterminate	Soluzioni impossibili	Soluzione estranea

2) Date le seguenti uguaglianze, verificare se si tratta di equazioni o identità:

- a) $2 + 3x = 5x$
 b) $2x + 3x = 5x$
 c) $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$
 d) $\frac{x}{2} - 4 = (x - 8) \cdot \frac{1}{2}$

3) Date le seguenti equazioni intere, indicare se sono determinate, indeterminate o impossibili:

- a) $4x - 12 - 3x = 5 + x - 17$
 b) $2(x - 1) - 2x = 0$
 c) $(x - 1)^2 + 3(x - 1) = -2x + (x + 2)^2$
 d) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}x - 1 = \frac{3}{2} - \frac{1}{3}x$

4) Verificare se i valori dati sono soluzioni delle rispettive equazioni intere:

- a) $1 - x = 2x + 7$ $x = 3; \quad x = -2$
 b) $(y - 2)^2 + 14 = 8y - 3y$ $y = 3; \quad y = -2$
 c) $2x^2(x - 1) - x = x^2 + 10x - 6$ $x = \frac{1}{2}; \quad x = -\frac{1}{3}$
 d) $(x - 3)\left(\frac{1}{2} + x\right)(x^2 + 2x + 1) = 0$ $x = 3; \quad x = \frac{1}{2} \quad x = 1$

5) Completare inserendo un numero in modo che l'equazione $4x + \dots = 5$ abbia soluzione:

- a) in \mathbf{N} , b) in \mathbf{Z} ma non in \mathbf{N} ; c) in \mathbf{Q} ma non in \mathbf{Z} .

6) Risolvere le seguenti equazioni intere, scrivendo le operazioni effettuate ad ogni passaggio successivo:

- a) $3x - 1 = 2x + 5$
 b) $8x - 3 + 2x = 6x + 1 + 4x$
 c) $(x + 3)^2 - 10 - (x - 2)^2 = (x - 1)^2 - (x - 5)^2 + 4 + x$
 d) $\frac{5}{3} + x - \frac{x + 2}{3} + \left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) = (x + 1)^2 - \frac{9}{4}$
 e) $(x - 1)^2 + (x + 1)^2 = 2(x^2 + 1)$
 f) $\frac{\left(2x - \frac{1}{4}\right)}{1 - \frac{2}{3}} : \left(\frac{3 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{3}}\right) \cdot \frac{11}{2} - \frac{x - \frac{2}{3}}{3 - \frac{1}{4}} \cdot \left[5\left(2 - \frac{3}{2}\right) + 3\right] = \frac{x - 1}{3 - \frac{3}{2}}$

7) Risolvere le seguenti equazioni intere utilizzando la legge dell'annullamento del prodotto:

- a) $6x(x - 1) = 0$
 b) $4(x - 3)(6x - 1) = 0$
 c) $\left(\frac{1}{2}x + 3\right)\left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{2}\right) \cdot 3 = 0$
 d) $\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{2}\right)(x + 1)(2x - 4) = 0$

8) Risolvere le seguenti equazioni utilizzando la scomposizione in fattori:

- a) $x^2 + 12x = 0$
 b) $x^2 = 9$
 c) $x^3 + 6x^2 + 8x = 0$
 d) $x^2 + 2x + 1 = 0$
 e) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$
 f) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$

9) Risolvere le seguenti equazioni fratte indicando le condizioni di esistenza e la soluzione finale:

- a) $\frac{9}{x - 2} = 3$
 b) $2 + \frac{3}{x} = 0$
 c) $x + \frac{4}{4 - x} = \frac{x}{4 - x} + x + 4$
 d) $\frac{4}{x^2 - 4} + \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{3}{x^2 + 2x}$

10) Date le seguenti formule, risolverle rispetto alla lettera indicata:

- a) Area di un trapezio: $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} \Rightarrow B = ?$
 b) Volume di un cono: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow r = ?$
 c) Area totale di un cilindro: $A = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \Rightarrow h = ?$
 d) Spazio percorso a velocità costante: $s = s_0 + v \cdot t \Rightarrow t = ?$
 e) resistenza e bobina in parallelo: $Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X}\right)^2}} \Rightarrow X = ?$

11) Per ognuna delle seguenti equazioni, indica con una crocette le sue caratteristiche:

Equazione	numerica	letterale	intera	fratta	a coefficienti interi	a coefficienti letterali	a coefficienti razionali	a una incognita	a due incognite
$-8 + 4x = 12x - 3$									
$-8 + 4x + 12x - 34ax - 12 = 5(x + a)$									
$9x - 6y = 2x - y + 2$									
$\frac{3x+2}{5} - \frac{1}{4}x + 2 = \frac{1}{5}x$									
$\frac{8ax-5}{2a} + \frac{5x+3}{4a-1} = 0$									
$\frac{x+y}{2} - \frac{2x-1}{4} = x-y$									
$3ax - \frac{2y}{4a} = \frac{ax+by}{ab}$									
$-11x + \frac{5}{9y} = 3 + 4y - 2x$									
$\frac{11x+2y}{x+y} - \frac{x}{y} = \frac{x+y}{x-y}$									

12) Risolvere le seguenti equazioni intere, fratte o letterali utilizzando le tecniche più appropriate:

a) $2x(x^4 - 81)(x+1) = 0$

b) $4 + \frac{x+3}{2} + \frac{x+7}{3} = \frac{5}{6}x$

c) $\frac{9}{2} \cdot \left(1 + \frac{\frac{1-x}{2}}{\frac{3}{-1}} \right) + 6 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1+x}{8} \right) = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4}$

d) $\frac{4x^2}{4x^2-1} + \frac{3}{2x+1} = \frac{2x+1}{2x-1}$

e) $\frac{x+6}{x-8} + \frac{224}{x^2-64} = -\frac{x-6}{8-x}$

f) $\frac{8x^3+4x^2+1}{8x^3+8x^2-2x-2} - \frac{2x-2}{4x+4} = \frac{2x+1}{4x-2}$

g) $ax + b^2 = a^2 - bx$

h) $\frac{x-m}{m+n} - \frac{2nx}{m^2-n^2} + \frac{x+m}{m-n} = \frac{x+n}{m-n} + \frac{x-n}{m+n}$

i) $\frac{\frac{x-a}{b} - \frac{x-b}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} + \frac{\frac{x}{b} - \frac{x}{a}}{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}} = 1$

7. SISTEMI DI EQUAZIONI

1) Risolvere i seguenti sistemi di equazioni con il metodo della sostituzione:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - 3y = -7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = 3 - y \\ 5y = 12 - 2x \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y = 1 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 13x + 11y = 21 \\ 6y + 7x + 3 = 0 \end{cases}$$

2) Risolvere i seguenti sistemi di equazioni con il metodo del confronto:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x + 3y = 17 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x + 4y = 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 6 \\ -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

3) Risolvere i seguenti sistemi di equazioni con il metodo dell'addizione o della sottrazione:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 4 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 7y = 2 \\ 4x + 3 = 2y \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{x+3}{3} = 2 - y \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x - y = 3(y + 2) \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = 2 \end{cases}$$

4) Risolvere i seguenti sistemi di equazioni letterali, fratte o numeriche utilizzando il metodo più appropriato:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(2y - 1) = -\frac{1}{3}x \\ \frac{x + 3y - 1}{3} = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}x - y\right) \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{x} \\ x - y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y = 3a \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ 4x + 2y - z = 5 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x + y = 2a \\ x - y = 2b \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2 \\ bx - ay = 0 \end{cases}$$

8. RISOLUZIONE DI PROBLEMI

Le seguenti affermazioni sono corrette. Provare a spiegarne il motivo.

- 1) Il padre di William è più vecchio del nonno di William. Com'è possibile?
- 2) Nel 1980 Ben aveva 20 anni, ma nel 1985 ne aveva solo 15. Com'è possibile?
- 3) Due soldati erano stati posti di guardia all'esterno della caserma. Uno sorvegliava la strada che proveniva da Nord, l'altro sorvegliava quella che proveniva da Sud. Ad un certo punto uno chiese all'altro: "Perché stai sorridendo?". Come faceva a sapere che il suo compagno stava sorridendo?
- 4) Una linea ferroviaria a un solo binario passa sotto un tunnel che va da Est a Ovest. Un pomeriggio, due treni che viaggiavano sullo stesso binario alla stessa velocità, entrarono nel tunnel, uno procedendo verso Est e l'altro verso Ovest. Non vi furono fermate o variazioni di velocità, ciononostante non si scontrarono. Come mai?
- 5) Il 22. e il 24. presidente degli Stati Uniti d'America avevano lo stesso padre e la stessa madre, ma non erano fratelli. Come mai?

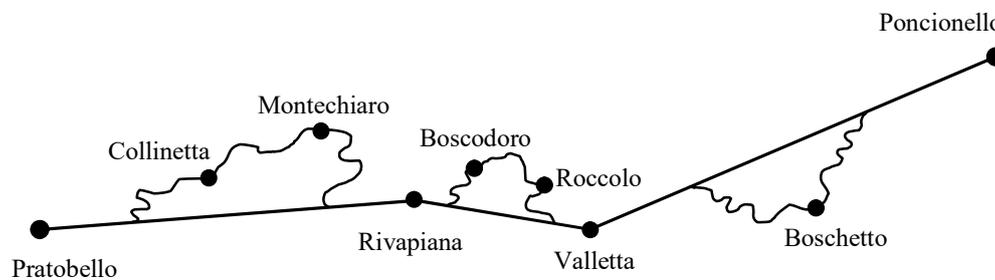
Scegliere le risposte corrette dei seguenti esercizi motivando la risposta.

- 6) Roberto scommette che se il vecchio allenatore tornasse alla guida della Nazionale di calcio, questa vincerebbe sempre. In quali casi Roberto perderebbe certamente la scommessa ?
 - a) Il vecchio allenatore non torna ad allenare la Nazionale;
 - b) Il vecchio allenatore torna ad allenare la Nazionale e questa non perde mai;
 - c) Il vecchio allenatore torna ad allenare la Nazionale e questa non vince tutte le partite;
 - d) Il vecchio allenatore non torna ad allenare la Nazionale e questa vince sempre;
 - e) Il vecchio allenatore non torna ad allenare la Nazionale e questa non vince mai.
- 7) Nel campionato di calcio dello scorso anno fra i rigori concessi il 60% è stato a favore della squadra di casa e il 40% a favore della squadra ospite. Sappiamo che l'80% dei rigori della squadra di casa è stato realizzato, mentre solo il 75% dei rigori della squadra ospite è andato a segno. Qual è la percentuale complessiva di rigori segnati ?
 - a) minore del 75%;
 - b) 77%;
 - c) 77,5%;
 - d) 78%;
 - e) maggiore dell' 80%.
- 8) In una città di confine si sa che la popolazione parla o tedesco, o francese o entrambe le lingue. In particolare, il 70% parla tedesco mentre il 60% parla il francese. Quale percentuale della popolazione parla entrambe le lingue?
 - a) 10%;
 - b) 30%;
 - c) 60%
 - d) 65%
 - e) non si può sapere

- 9) Un responsabile di una ditta di autobus, riceve dai sindaci dei comuni di una valle che intendono creare una nuova linea per il trasporto pubblico, l'orario seguente:

Fermate	Pratobello → Poncionello				Poncionello → Pratobello			
Pratobello	7.30	9.30	15.40	18.00	9.15	11.05	17.30	19.35
Collinetta	7.45	↓	15.55	↓	9.00	↑	17.15	↑
Montechiaro	7.50	↓	16.00	↓	8.55	↑	17.10	↑
Rivapiana	8.20	10.10	16.30	18.40	8.25	10.35	16.40	18.55
Boscodoro	8.30	↓	16.40	↓	8.15	↑	16.30	↑
Roccolo	8.45	↓	16.55	↓	8.00	↑	16.15	↑
Valletta	9.05	10.25	17.15	18.55	7.40	10.20	15.55	18.40
Boschetto	9.15	↓	17.25	↓	7.30	↑	15.45	↑
Poncionello	9.30	10.55	17.40	19.25	7.15	9.50	15.30	18.10

Quanti autobus sono necessari per garantire tutte le corse giornaliere?



Dati i seguenti problemi, risolverli **applicando i 6 punti spiegati nella teoria**.

- 10) Un papà ha 42 anni, suo figlio 12. A che età il papà avrà il doppio degli anni di suo figlio?
- 11) Se si lascia cadere una palla, essa rimbalza sempre ad un'altezza che equivale sempre ai $\frac{2}{7}$ dell'altezza precedente. Al terzo rimbalzo la palla raggiunge un'altezza di 45 cm. Calcolare da che altezza iniziale è stata lasciata cadere la palla.
- 12) In un rombo la somma delle due diagonali è 84 cm. Sapendo che la differenza tra la diagonale minore e $\frac{5}{12}$ della diagonale maggiore è uguale a 16 cm, trova il perimetro e l'area del rombo.
- 13) Trecento persone tra uomini, donne e ragazzi e ragazze partecipano a una festa. Le donne sono $\frac{6}{5}$ degli uomini e sia i ragazzi sia le ragazze, sono ciascuno $\frac{1}{3}$ delle donne. Determinare il loro rispettivo numero.
- 14) Una pista di sci lunga 7 km ha tre gradi di difficoltà. Quanti chilometri di pista di difficoltà media ci sono, sapendo che il tratto difficile è metà del medio e doppio di quello facile?

-
- 15) In una scatola a forma di parallelepipedo, la somma delle tre dimensioni è 41 cm. Lo spigolo minore differisce di 3 cm dal medio, mentre il maggiore è uguale ai $\frac{5}{3}$ del medio. Se verso nella scatola 2 litri di acqua, questa fuoriesce?
- 16) Il biglietto di entrata di un cinema costa Fr 15.- per gli adulti, Fr 10.- per i bambini e Fr 12.- per gli anziani. L'incasso della proiezioni pomeridiana è stato di Fr 1780.- . Sapendo che sono stati venduti in totale 135 biglietti e che i bambini erano la metà degli adulti, calcolare il numero di adulti, bambini e anziani che hanno visto il film.
- 17) Per coprire una spesa di Fr 300.- , Michele, Roberto e Sara decidono quanto segue: Michele pagherà $\frac{1}{5}$ della somma pagata complessivamente da Roberto e Sara, Roberto pagherà $\frac{3}{7}$ della somma pagata da Sara. Calcolare l'importo pagato da ciascuno.
- 18) Un autista pensa di percorrere la distanza fra due città A e B ad una media di 80 km/h. Se nella prima metà del tragitto mantiene una media di 72 km/h, con quale velocità media dovrà percorrere la seconda metà del viaggio ?
- 19) Il sistema di raffreddamento di un motore di un'automobile contiene 16 litri di fluido refrigerante costituito da una miscela all'80% di acqua e 20% di antigelo. Per il mutare delle condizioni climatiche, si rende necessario aumentare la quantità di antigelo al 40%. Questa operazione avverrà scaricando parte della vecchia miscela e rabboccando l'antigelo fino a raggiungere nuovamente i 16 litri. Quanta miscela iniziale al 20% deve essere scaricata ?
- 20) In una certa fabbrica le domande di lavoro presentate dagli uomini sono il doppio di quelle presentate dalle donne. Se viene assunto il 3% degli uomini che hanno presentato domanda e le assunzioni totali sono pari al 5% di tutte le domande, qual è la percentuale di donne assunte rispetto alle aspiranti ?
- 21) Un negozio è specializzato nella preparazione di miscele di caffè. A partire da caffè provenienti dalla Colombia, dal Brasile e dall'Ecuador, il proprietario desidera preparare dei pacchetti che si venderanno a Fr 8,50. Si sa che:
- i prezzi al pacchetto dei caffè provenienti dai rispettivi paesi sono: Fr 10.-, Fr 6.- e Fr 8.-;
 - la quantità di caffè colombiano dovrà essere tre volte superiore a quello brasiliano;
- Determinare le percentuali delle rispettive quantità di caffè contenute nella confezione di vendita.