1. INTRODUZIONE

1) Spiegare le caratteristiche che differenziano la varie categorie di numeri (**N**, **Z**, **Q**, **I**, **R**).

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vero oppure false?

Affermazioni	**Vero**	**Falso**
Tutti i numeri razionali sono anche naturali		
Tutti i numeri naturali sono anche razionali		
I numeri interi positivi sono numeri naturali		
I numeri irrazionali sono anche reali		
I numeri reali sono positivi		

3) Indica (con delle crocette) **tutti** gli insiemi che contengono i numeri indicati:

	N	**Z**	**Q**	**I**	**R**
2					
-5					
$\sqrt[5]{10}$					
$\frac{6}{7}$					
$1{,}09\overline{3}$					
$\frac{\pi}{2}$					

4) Prova a trovare un metodo che ti permetta di calcolare la somma dei numeri da 1 a 100 (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + …) in modo semplice (indica il risultato).

5) Tradurre le seguenti affermazioni in linguaggio algebrico considerando che n è un numero naturale:
   a) un qualsiasi numero pari;
   b) un qualsiasi numero dispari;
   c) la somma di tre qualsiasi numeri pari consecutivi;
   d) la somma di tre qualsiasi numeri dispari consecutivi;
   e) un numero qualsiasi naturale che diviso per 3 dia resto 1;
   f) l'area di un quadrato di lato n;
   g) la superficie di un cerchio di diametro n.

2. RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE

1) Scrivere i numeri seguenti sulla retta dei numeri reali in ordine crescente (dal più piccolo al più grande) inserendoli nei rettangolini sotto la retta dei numeri reali:

$\sqrt{2}$	0.5	$-3\cdot\sqrt{2}$	$(-2)^2$	1.4142	$(0.5)^2$	$\frac{22}{7}$	-2	π	-2^2

R

2) Esprimere le seguenti affermazioni in forma matematica (utilizzando i simboli adeguati):

a) **a** è negativo: ………………………..
b) **b** non è negativo: ………………………..
c) **c** è diverso da 3: ………………………..
d) **d** è più piccolo o uguale a 5: ………………………..
e) **e** è compreso fra 2 e 4 (2 compreso, 4 escluso): ………………………..
f) **f** è almeno uguale a 7: ………………………..
g) **g** è al massimo uguale a 3: ………………………..
h) **h** appartiene all'intervallo da 2 a 5 (2 compreso, 5 no): ………………………..
i) **i** non appartiene all'intervallo da 1 a 6 (1 non compreso, 6 sì): ………………………..
j) **j** dista 4 unità dallo 0: ………………………..

3) Completare le seguenti frasi nell'ambito dei numeri naturali:

a) Il successivo di 8 è ……………………
b) Il precedente di 13 è ……………………
c) Il successivo di …………………… é 10900
d) Il precedente di …………………… é 40099
e) I tre numeri consecutivi a 123 sono ……………………

4) Come si può scrivere l'informazione che il numero *n* dista 5 unità dallo 0?

5) Quando due numeri sono consecutivi? Due numeri possono essere consecutivi in tutte le categorie di numeri?

6) Consideriamo A, B, C e D quattro punti sulla retta di coordinate rispettivamente -5, -3, 1 e 6. Rappresentare i punti sulla retta e calcolare la distanza tra A e B, tra C e B, tra lo zero e A e infine tra C e D (suggerimento: la distanza tra due punti sulla retta e definita dal valore assoluto della differenza tra le due coordinate).

7) Perché la retta dei numeri deve essere caratterizzata da una freccia situata a una delle due estremità?

8) Indicare quali, tra i seguenti, sono insiemi matematici:

a) Gli allievi molto forti della tua classe.
b) I numeri naturali maggiori di 8.
c) I cantoni della Svizzera.
d) Le città più grandi della Svizzera.

9) Consideriamo gli insiemi numerici N, Z, Q, I, R. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono vere:

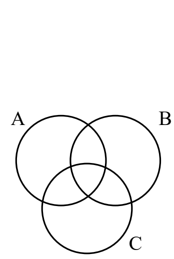
a) $1 \in N$;
b) $-4 \notin Z$;
c) $\sqrt{2} \in Z$;
d) $Q \in R$;
e) $I \in Z$;
f) In Q ci sono solo numeri discreti;
g) In Z ci sono solo numeri discreti.

10) Scrivere in forma implicita (per caratteristica) un elenco o viceversa:
a) A = {tutti i numeri pari}
b) B = {i numeri dispari da 51 a 151}
c) $C = \{ c \in \mathbf{N} \mid c = [\ 12; 20\ [\ \}$
d) $D = \{ d \in \mathbf{Z} \mid d =]\ -2; 4\ [\ \}$

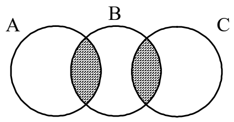
11) In una classe di 15 allievi, 6 giocano a tennis, 10 giocano a calcio, 4 giocano a pallavolo e 3 allievi non praticano nessuno sport. Utilizzando tre insiemi (che chiameremo: T = {allievi che giocano a tennis}, C = {allievi che giocano a calcio}, P = {allievi che giocano a pallavolo}) rappresentare la situazione con i tre insiemi considerando che un allievo pratica calcio e pallavolo, un allievo pratica pallavolo e tennis, due allievi praticano tennis e calcio e due allievi praticano tutti e tre gli sport.

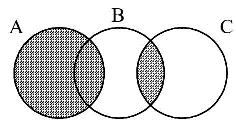
12) Ricopia il disegno indicato per ciascuna situazione, e colora la superficie corrispondente alle seguenti espressioni:

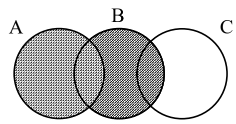
a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $(A \cup B) \cap C$
d) $(B \cap C) \cup A$ e) $(C \cap B) \cup (A \cap C)$
f) $\overline{(A \cap B \cap C)}$ g) $(A \cap C) - (A \cap B \cap C)$



13) Esprimi mediante un'espressione la parte colorata di ciascuno dei tre casi indicati:

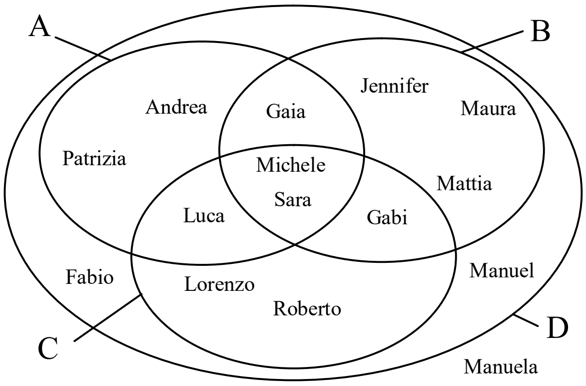






14) In una classe è stata fatta un'inchiesta sui tipi di letture che gli allievi amano fare nel tempo libero. Gli allievi sono stati suddivisi , secondo il tipo di lettura preferito, in 3 insiemi.
- A: lettori di fumetti
- B: lettori di libri gialli
- C: lettori di libri di fantascienza

I risultati sono poi stati riassunti nel seguente diagramma, nel quale la lettera D indica l'insieme di tutti gli allievi di quella classe.



a) E' vero che Mattia $\in$ A?
b) E' vero che Andrea $\notin$ C?
c) Quali libri leggono Michele e Roberto?
d) E' vero che Gaia legge libri gialli?
e) Quali allievi leggono sia libri di fantascienze sia fumetti?
f) Chi legge libri gialli, fantascienza ma non i fumetti?
g) Quanti allievi non leggono libri gialli?
h) Che cosa si può dire dei tipi di letture di Fabio?
i) Che cosa si può dire dei tipi di letture di Manuela?
j) Chi sono gli allievi corrispondenti a $A \cap B$?
k) Chi sono gli allievi corrispondenti a $A \cap B \cap C$?
l) Chi sono gli allievi corrispondenti a $B \cup C$?
m) Chi sono gli allievi corrispondenti a $\overline{A \cup B \cup C}$?

3. OPERAZIONI CON I NUMERI

1) Risolvere mentalmente le seguenti operazioni (suggerimento: utilizzare le proprietà delle operazioni):

a) $47 + 188 + 53 =$
b) $10 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 10 =$
c) $45 \cdot 19 =$
d) $125 \cdot 8 \cdot 283 =$
e) $99 + 98 + 101 + 102 =$
f) $96 : 6 = (60 + 36) : 6 =$
g) $173{,}5 : 17{,}35 =$
h) $100 - [99 - (54 : 9 - 6)] =$
i) $(201 - 51) : 30 + [2 \cdot (10 + 3 \cdot 15)] : 11 =$
j) $17 \cdot 4 = (10 + 7) \cdot 4 =$
k) $325 \cdot 3 = (300 + 20 + 5) \cdot 3 =$
l) $8100 - 49 = 8100 - (50 - 1) =$
m) $5 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 5 + 5 =$
n) $88 + 35 + 12 + 15 = 88 + 12 + 35 + 15 =$

2) Stimare il risultato delle seguenti operazioni:

a) Quanto costeranno 249 confezioni di 6 bottiglie di olio se ogni bottiglia costa 3,95 Fr?
b) Tre commercianti comperano 120 articoli al costo di 15.- Fr l'uno e 75 articoli del costo di 40.- Fr l'uno. La spesa viene ripartita in parti uguali fra i tre. Quanto deve pagare ciascuno?
c) Alla cassa del supermercato, mi presento con i seguenti prodotti:
   - 4 litri di latte a 1,95 Fr l'uno;
   - 235 g di prosciutto cotto a 6,60 Fr al hg;
   - un sacco di 2,5 kg di patate a 3,85 Fr
   - 12 uova a 0,55 Fr l'una;
   - 3 confezioni di puré di patate a 2,90 Fr l'una.

   Sono sufficienti due banconote da 20.- Fr per pagare il tutto?

3) L'indice di massa corporea (IMC) , che viene calcolato nel modo seguente: $\text{IMC} = \dfrac{\text{massa} \quad (\text{in kg})}{[\text{altezza} \quad (\text{in metri})]^2}$,
permette di stabilire se una persona si situa nella fascia di persone magre (inferiore a 18,5), normali (tra 18,5 e 25), in sovrappeso (tra 25 e 30) o obese (più di 30).
Calcola il tuo IMC senza calcolatrice.

4) Risolvere le seguenti espressioni considerando le corrette priorità delle operazioni (prima senza e poi con la calcolatrice):

a) $2 \cdot 3^2 + 8 : 4 - 2 =$
b) $[(9 + 1 - 6) \cdot (3 \cdot 4 - 2)] : \{10 \cdot 2 - [4 \cdot (5 + 1 - 3)]\} =$
c) $\sqrt{4 + 2^5} + \sqrt[3]{6 \cdot 5 - 2^2 + (-3)^2 : 3 - 2 \cdot 4^0} =$
d) inserire a = 2, b = 10 e c = 8, nella formula: $x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ e calcolare il risultato.

5) Date le seguenti operazioni, indicare se le uguaglianze sono giuste, altrimenti scrivere i passaggi corretti:

operazione	**giusta**	**eventuale correzione**
$6:3\cdot 4+5=13$		
$2+4\cdot 3-1=17$		
$3^3+3^3=3^6$		
$2\cdot 5^2=10^2=100$		
$4\cdot(20:2)=(4\cdot 20):(4\cdot 2)=10$		
$2^9:2^3=2^3$		

6) Date le seguenti operazioni indicare le proprietà utilizzate per la risoluzione:

operazione	**commutativa**	**distributiva**	**associativa**	**invariantiva**
$5\cdot(13)=5\cdot(10+3)=50+15=65$				
$2\cdot 3\cdot 4=4\cdot 3\cdot 2=(12)\cdot 2=24$				
$(8:4)=[(8:2):(4:2)]=4:2=2$				
$a^3+b^3=b^3+a^3$				

7) Esprimere le seguenti affermazioni in forma matematica (utilizzando i simboli adeguati):

a) l'opposto di **e** non è più grande di 3: ………………………..
b) l'inverso di **g** è almeno uguale a 9: ………………………..
c) il prodotto tra 2 e 5 sommato con la differenza tra 8 e 4: ………………………..
d) il quadrato di 6 aggiunto alla differenza tra 8 e il rapporto di 4 e 2: ………………………..
e) il triplo di 8 meno il doppio del numero successivo a 7: ………………………..

8) Sfruttando la legge dell'annullamento del prodotto risolvere le seguenti equazioni:

a) $(x-5)\cdot(x+2)=0$

b) $\left(x+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-x\right)=0$

c) $x\cdot(x+5)\cdot(x+6)=0$

d) $(x+1)\cdot(x-2)\cdot 0=\left(x-\frac{1}{2}\right)$

4. I NUMERI NATURALI

1) Esprimere le seguenti affermazioni in forma matematica (utilizzando i simboli adeguati) e, quando ciò è possibile, calcolarne il risultato:
   a) sottrarre il doppio di **c** al valore assoluto di **d**
   b) sottrarre da 12 il quoziente fra 4 e 2
   c) aggiungere 3 al risultato del rapporto di 12 con la differenza fra 5 e 1
   d) moltiplicare 3 per la somma di 9 e del quoziente di14 e 2
   e) sottrarre a 17 la differenza tra il prodotto di 8 per 2 e 9
   f) moltiplicare il doppio di **a** per il successivo di **b**

2) Scrivere le espressioni che forniscono le soluzioni dei seguenti problemi e calcolarne i valori:
   a) Luca e suo fratello Andrea vanno al cinema ricevendo 10 Fr ciascuno dai propri genitori. Il costo di un biglietto è di 5 Fr; Luca acquista prima di entrare al cinema una bibita del costo di 2 Fr , mentre Andrea compera due pacchetti di patatine da 2 Fr l'uno. Complessivamente con quanto denaro ritornano a casa?
   b) Una cuoca possiede 4 sacchetti di farina del peso di 1 kg ciascuno. Deve fare 7 dolci: nei primi 3 occorrono 350 g di farina per ciascuno e negli altri, 600 g di farina per ciascuno. Alla fine quanta farina rimane alla cuoca?

3) Determinare (inserendo una crocetta) i divisori del numero indicato utilizzando i criteri di divisibilità:

Il numero	È divisibile per								
	2	3	4	5	6	7	9	11	25
256									
969817254									
1112769									
768383									
155550									

4) Scomporre in fattori primi i seguenti numeri: 320; 660; 740; 850; 1000

5) Scrivere alcuni elementi dei seguenti insiemi: M_5 ; M_7 ; M_{14} ; M_{53} .

6) A quante settimane, giorni, ore e minuti corrispondono 24725 minuti?

7) Scrivere tutti i divisori dei seguenti numeri: 12; 36; 75; 264.

8) Trovare e rappresentare il risultato della seguente operazione: $D_{54} \cap D_{81}$.

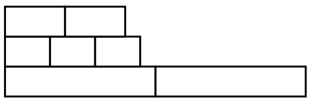
9) Determinare il m.c.m. e il M.C.D. dei seguenti numeri: 60, 15 e 18.

10) Le cicale americane *Magicada tredecim* e *Magicada septendecim* vivono in gruppi geograficamente ben distinti, condividendo lo stesso periodo di latenza, rispettivamente di 13 e 17 anni, per poi uscire dal sottosuolo per accoppiarsi, deporre le uova e infine morire. Ogni quanti anni accade che la fine del periodo di latenza coincida e di conseguenza escano dal sottosuolo nello stesso anno?

11) Si vuole ricoprire un pavimento rettangolare i cui lati misurano 308 cm e 700 cm con piastrelle quadrate, il cui lato deve essere (in centimetri) un numero intero. C'è una condizione in più: bisogna che il numero di piastrelle necessarie sia il più piccolo possibile. Quanto misura il lato di ogni piastrella e quante piastrelle occorrono?

12) Un armadio è suddiviso in due parti. La parte a sinistra è costituita da ripiani che, a partire dal basso, sono distanti 12 cm l'uno dall'altro; nella parte di destra i ripiani si trovano invece a una distanza di 18 cm.
Il mobile è alto 1,80 m.
Quante volte si verifica che il ripiano di sinistra e quello di destra si trovano alla stessa altezza?
I ripiani che si trovano alla stessa altezza si succedono, a partire dal basso, ogni quanti cm? Che particolarità ha questo numero di cm?

13) Un muratore deve costruire un muro intercalando regolarmente, uno sopra l'altro, tre tipi di elementi della lunghezza di 126 cm, 42 cm e 60 cm. L'architetto gli ha detto di continuare fin quando il margine di destra diventa un segmento verticale (vedi figura). Quanto risulterà lungo il muro?



14) Un piastrellista vuole posare delle piastrelle su una parete rettangolare dietro i fornelli della cucina lunga 2,25 m e alta 90 cm. Ha visto delle belle piastrelle quadrate lunghe 10 cm (fughe comprese!). Per motivi estetici vuole utilizzare un numero intero di piastrelle quadrate (non vuole cioè tagliare delle piastrelle). Potrà utilizzare le piastrelle viste o ne dovrà scegliere delle altre? Quale misura dovrà avere il loro lato? (Osservazione: non ha la possibilità di scegliere piastrelle di lato inferiore a 2 cm e superiore a 20 cm)

15) Un'antica leggenda narra che Sussa ibn Dahir, inventore del gioco degli scacchi, fu invitato dal suo re Shiram a esprimere un desiderio come ricompensa della sua geniale invenzione. Egli chiese semplicemente che venisse messo un chicco di riso sulla prima casella della scacchiera, due chicchi sulla seconda, quattro chicchi sulla terza e così via, raddoppiando ogni volta la quantità precedente. La sua ricompensa sarebbe stata quel numero di chicchi di riso sull'ultima casella. Di fronte a una richiesta in apparenza tanto modesta, il re si meravigliò molto, non rendendosi conto che, per soddisfarla appieno, sarebbe servito un ammontare di chicchi esagerato. Infatti, se fosse possibile ricoprire uniformemente l'intera superficie terrestre (compresi mari, oceani, deserti e ghiacciai) corrispondente a circa 511 milioni di km^2 con una quantità di riso del genere, quanti chicchi ci starebbero in ogni centimetro quadrato?

5. NUMERI INTERI

1) Date le seguenti operazioni, stabilire se sono vere o false (motivare la scelta):

operazione	vero	falso
$-4 > -2$		
$\lvert -6 \rvert < 6$		
-5 è l'opposto di $\frac{1}{5}$		
$-6^2 = 36$		
$\sqrt[3]{-8} = -2$		
$5-(-3) = 8$		
$(-6):(-3) = 2$		
$\lvert -2 \rvert \geq -2$		
La somma di due numeri opposti dà 0		

2) Effettuare le seguenti operazioni:

a) $3 \cdot (-5) =$	b) $(-2) \cdot (-6) =$
c) $(-4) \cdot (-5) \cdot (+2) =$	d) $(-15):3 =$
e) $(-4)^2 =$	f) $-3^2 =$
g) $(-2)^3 =$	h) $[-(-2)^3]^2 =$
i) $3^{-2} =$	j) $(-2)^{-2} =$

3) Completare la seguente tabella sostituendo le lettere con i numeri indicati (semplificare i risultati il più possibile):

a	b	$-a$	$-a^2$	$(-2a)^2$	$-2b^2$	$a:b$	$(a-b)^2$	$10a^2b^3$
3	-2							

4) Inserire $a = -3$, $b = 10$ e $c = -4$, nella formula: $x = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ e calcolare il risultato.

5) La massima profondità dell'Oceano Pacifico è di 11022 m, mentre il Monte Everest è alto 8848 m .
Quanto vale il dislivello tra questi due estremi?

6) Una corsa in montagna parte da Lugano (275 m.s.m), sale di 545 m sino a Brè, scende di 224 sino a Cureggia e risale di 920 m sino al Monte Boglia. Da lì si scende 387 m fino all'Alpe Bolla, si risale di 362 m fino ai Denti della Vecchia e infine si scende di 1016 m fino al traguardo di Cadro. A che altezza si trova il paese di Cadro? Quanto vale il dislivello percorso in salita? E quello percorso in discesa?

7) Un amministratore di una ditta vuole riportare in un grafico i guadagni e le perdite subite in un anno. Egli possiede la seguente tabella (i guadagni e le perdite sono espresse in migliaia di franchi) e da essa desidera ottenere un grafico e calcolare l'importo globale alla fine dell'anno.

mesi	gen	feb	mar	apr	mag	giu	lug	ago	set	ott	nov	dic
guadagni	100	200			400	300	300				100	
perdite			300	500				100	300	500		800

Si domanda:
- di disegnare un grafico che rappresenti l'andamento della situazione finanziaria della ditta;
- di calcolare il risultato finanziario a fine anno commentando il risultato finale.

8) Per misurare il livello di un lago, viene posato un galleggiante che indica l'altezza dell'acqua rispetto a un punto ben definito (che chiameremo punto O) considerato il livello di riferimento. Nell'arco di un anno vengono effettuate 12 misurazioni che indicano lo spostamento del galleggiante (in cm) rispetto alla posizione del mese precedente. La prima misurazione indica lo spostamento rispetto al punto O:

mesi	gen	feb	mar	apr	mag	giu	lug	ago	set	ott	nov	dic
spostamento	-20	-30	10	-20	60	10	-40	-60	0	-30	10	-20

Si domanda:
- di calcolare la posizione finale del galleggiante rispetto al punto O;
- di calcolare la distanza totale percorsa verticalmente dal galleggiante durante tutto l'anno (suggerimento: utilizzare il valore assoluto).

6. NUMERI RAZIONALI

1) Trasformare il seguente numero nelle frazioni per le quali viene indicato il denominatore:

a) $6=\frac{}{2}=\frac{}{3}=\frac{}{5}=\frac{}{6}=\frac{}{15}$ b) $2=\frac{}{2}=\frac{}{3}=\frac{}{5}=\frac{}{6}=\frac{}{15}$

2) Semplificare le seguenti frazioni:

a) $\frac{6}{8}=$ b) $\frac{14}{21}=$ c) $\frac{64}{128}=$

3) Vero o falso?

operazione	vero	falso	eventuale correzione
$\frac{b\cdot a}{a\cdot c}=\frac{b}{c}$			
$\frac{a\cdot b}{c\cdot d}=\frac{a}{c}\cdot\frac{b}{d}$			
$\frac{a}{c}=\frac{a+b}{c+b}$			
$\frac{a}{c}:\frac{b}{d}=\frac{ad}{cb}$			
$\frac{a}{c}+\frac{b}{d}=\frac{a+b}{c+d}$			
$\frac{2}{3}:\frac{4}{5}=\frac{2:4}{3:5}$			
$\frac{\frac{1}{2}}{3}=\frac{2}{3}$			
$\frac{\frac{4}{5}}{6}=\frac{2}{15}$			
$\frac{1}{2}<\frac{3}{5}$			
$-\frac{1}{4}=\frac{-1}{4}=\frac{1}{-4}$			
5 : 0 = 0			
0 : 0 = 6			
0 : -3 = 0			

4) E' più veloce un atleta che percorre 10 giri dello stadio in 9 minuti oppure un secondo atleta che percorre 15 giri in 14 minuti?

5) Scrivere:
   a) una frazione il cui quoziente è un numero intero positivo;
   b) una frazione il cui quoziente è un numero intero negativo;
   c) una frazione il cui quoziente è un numero decimale finito;
   d) una frazione il cui quoziente è un numero decimale periodico;
   e) una frazione il cui dividendo è il doppio del divisore.

6) Risolvere e semplificare i risultati delle seguenti operazioni:

a) $\dfrac{\frac{1}{2}}{3} =$

b) $\dfrac{2}{3} - \dfrac{3}{2} =$

c) $4 - \dfrac{1}{3} =$

d) $\dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{9}{8} =$

e) $\dfrac{2}{4} : \dfrac{1}{2} =$

f) $(-1) \cdot \left(-\dfrac{1}{3}\right) =$

g) $\dfrac{4}{9} : \left(-\dfrac{8}{27}\right) =$

h) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 =$

i) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1} =$

j) $\dfrac{3^{-2}}{5} =$

k) $\left\{\left[\left(-\dfrac{1}{3} - 2\right) : \left(5 - \dfrac{1}{3}\right)\right]\left[-\dfrac{2}{3} - \left(4 - \dfrac{1}{2}\right)\right] - 1\right\} : \left(-\dfrac{1}{3} + 2\right) =$

l) $\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{5}\right) : \dfrac{10}{7} + \dfrac{6+4}{2} =$

m) $\dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{4}}} =$

n) $\dfrac{1}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}} =$

o) $\dfrac{\dfrac{2}{3} + \dfrac{3}{4}}{\dfrac{1}{6}} =$

p) $\dfrac{\frac{2}{3}}{5} - \dfrac{1}{\frac{3}{4}} =$

7) Trasformare la seguenti frazioni in percentuali:

a) $\dfrac{1}{2}$ b) $\dfrac{3}{2}$ c) $\dfrac{5}{8}$ d) $\dfrac{7}{20}$

8) Trasformare le seguenti percentuali in frazioni ridotte ai minimi termini:

a) 60% b) 1% c) 75% d) 18%

9) Esprimere ciascuno dei seguenti numeri decimali come frazione semplificata il più possibile:

a) 0,125 b) 1,024 c) $2,\overline{2}$ d) $9,876\overline{54}$

10) Sapendo che il latte contiene panna per circa l'11% della sua massa e che la panna produce burro per il 27% della sua massa, calcola quanti kg di burro si possono ricavare da 125 kg di latte. Quanti kg di latte sono necessari per ottenere 10 kg di panna, rispettivamente, 10 kg di burro?

11) Se il prezzo di un oggetto diminuisce del 20%, quale percentuale di aumento si dovrà riapplicare per ritrovare il prezzo iniziale?

12) Un adulto ha 32 denti, un bambino di 4 anni 3/8 in meno. Infatti, mentre tutti gli altri denti (denti di latte) spuntano nel bimbo e cadono dopo qualche anno per far posto a quelli definitivi, i molari spuntano una sola volta (verso i 5-6 anni) e fanno parte della dentatura definitiva. In un adulto $\frac{1}{4}$ è costituio da incisivi, $\frac{1}{8}$ da canini, $\frac{1}{4}$ da premolari, $\frac{3}{8}$ da molari. Quanti denti ha, normalmente, un bambino? Quanti incisivi, quanti canini, quanti premolari e quanti molari ha normalmente un adulto?

13) In un negozio, una scatola di 20 CD vuoti costa 19,95 Fr. Una vendita per corrispondenza offre 100 CD al prezzo di 99.- Fr. Infine, una ditta specializzata vende CD vuoti a 1,50 Fr l'uno, ma, per acquisti che comportano 100 o più pezzi, concede uno sconto del 33%. Dovendo comperare 100 CD, quale delle tre offerte è la migliore?

14) Negli ultimi giorni dei saldi invernali, Marco decide di acquistare un casco che in vetrina risulta scontato del 24%. Dato che è l'ultimo pezzo, il proprietario del negozio riduce ulteriormente il prezzo effettuando uno sconto supplementare del 7%, e così Marco spende 176,70 Fr. Quanto costava il casco prima dei saldi?

15) Completare la seguente tabella semplificando le frazioni ai minimi termini:

a	$-\frac{1}{3}$	4	-5		12		$-\frac{3}{5}$	$\frac{1}{9}$	-38
m	2			5	0	9	-1		
a^m		64	-125	-32		1		81	1

16) Fare un esempio di due grandezze direttamente proporzionali e di due grandezze inversamente proporzionali.

7. NUMERI IRRAZIONALI

1) Completare la seguente tabella (regole o calcoli):

Regole	Risolvere e semplificare il più possibile:
1) $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m =$	$\sqrt[9]{2^3} =$
2) $\sqrt[n\cdot p]{a^{m\cdot p}} =$	$\sqrt[9]{64} =$
3) $x^m \cdot x^n =$	$\sqrt[4]{3}.\sqrt{3} =$
4) $\frac{b^x}{b^y} =$	$\frac{4^{39}}{4^{40}} =$
5) $(c^p)^q =$	$\sqrt[3]{\sqrt{5}} =$
6) $(ef)^d =$	$\sqrt{12} =$
7) $\left(\frac{c}{d}\right)^m =$	$\sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)} =$
8) $a^{-m} =$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$

2) Risolvere le seguenti operazioni utilizzando le regole sulle potenze:

a) $3^2 \cdot 3^5 : 3^6 =$ b) $\frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^2}{2^4 \cdot 3} =$

c) $(-6)^9 : (-6)^3 =$ d) $[2^3 \cdot 5^3]^2 : (-10)^3 =$

e) $2^{3^2} =$ f) $-[(-2)^3]^2 =$

g) $-2^{3^2} =$ h) $(-2^3)^2 =$

3) Semplificare i seguenti radicali (se possibile):

a) $\sqrt[6]{\frac{25}{64}} =$ b) $\sqrt{4^2 + 3^2} =$

c) $\sqrt{80} =$ d) $\sqrt[3]{9a^3} =$

e) $\sqrt{a^4 b^6} =$ f) $\sqrt{9} \cdot \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt{3} =$

g) $\sqrt[4]{\frac{1}{2}} : \sqrt[3]{\frac{1}{2}} =$ h) $\sqrt{\sqrt{16}} =$

4) Vero o falso?

operazione	vero	falso	eventuale correzione
$5^3 + 5^4 = 5^7$			
$(4^2)^3 = 4^5$			
$\sqrt{10} + \sqrt{6} = \sqrt{16} = 4$			
$x^{-2} = \frac{2}{x}$			
$\frac{2}{3}^{-2} = \frac{9}{4}$			
$\sqrt{3^2 + 4^2} = 7$			
$\sqrt{4+9} = \sqrt{4} + \sqrt{9} = 5$			
$2 \cdot \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}$			
$\sqrt[9]{27} = \sqrt[3]{3}$			
$\sqrt{\left(1+\sqrt{2}\right)^2} = 1 + \sqrt{2}$			
$\frac{4-\sqrt{8}}{2} = 2 - \sqrt{4}$			

5) Semplificare il più possibile le seguenti espressioni utilizzando le regole delle potenze (se possibile, scrivere i risultati con il simbolo di radice o solo con esponenti positivi):

a) $\sqrt[3]{3^6} =$

b) $2^{\frac{5}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} =$

c) $\left(\frac{2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^{-1}}{2^3}\right)^{\frac{1}{3}} =$

d) $\frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2}{6^2 \cdot 8^2} =$

e) $\left(\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{2}}}}\right)^{60} =$

f) $\left[(3a)^3 - 3a^3\right]^{\frac{1}{3}} =$

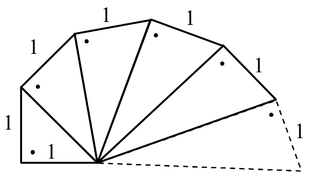
g) $m^{-\frac{3}{4}} m^{\frac{2}{3}} m^{\frac{4}{3}} m^{-\frac{1}{4}} =$

h) $\sqrt[3]{ab^2} \cdot \sqrt{a^2b} =$

i) $\left\{\left[\frac{\left(x^2x^3\right)^4}{x^{22}}\right]^{-2}\right\}^{\frac{1}{4}} =$

j) $\frac{\sqrt{a^4b^2c}}{\sqrt{\sqrt{abc}}} =$

6) Nella figura, la costruzione a spirale è composta da triangoli rettangoli con un cateto lungo 1 è l'altro cateto lungo come l'ipotenusa del triangolo precedente. Partendo dal triangolo iniziale, che ha entrambi i cateti lunghi 1, calcola la lunghezza dell'ipotenusa dei triangoli successivi (almeno sino al quinto triangolo). Determinare inoltre la formula che esprime la lunghezza dell'ipotenusa dell'ennesimo triangolo (triangolo in posizione *n*).



8. NUMERI REALI

1) Scrivere i seguenti numeri dalla notazione scientifica in forma decimale:

a) $2 \cdot 10^3$;
b) $56 \cdot 10^5$;
c) $78 \cdot 10^{-5}$;
d) $156 \cdot 10^{-8}$.

2) Scrivere i seguenti numeri dalla forma decimale in notazione scientifica:

a) 1'000'000;
b) 23'000'000'000'000;
c) 0,0004;
d) 0,000000000023.

3) Effettuare le seguenti operazioni senza utilizzare la calcolatrice (utilizzare le regole delle potenze):

a) $3 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^6 =$
b) $8 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^3 =$
c) $12 \cdot 10^9 : 3 \cdot 10^6 =$
d) $\dfrac{3 \cdot 10^{12} + 5 \cdot 10^{12} - 4 \cdot 10^{12}}{200 \cdot 10^{10}} =$
e) $3 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{12} \cdot 4 \cdot 10^{-8} =$

4) Effettuare le seguenti operazioni utilizzando la calcolatrice (attenzione alle priorità delle operazioni):

a) $23 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^8 \cdot 54 \cdot 10^{-12} \cong$
b) $\dfrac{(0{,}000000039)^2 \cdot (591000)^3}{(197000)^2} \cong$
c) $\sqrt{\left(56 \cdot 10^6\right)^3 + \left(6 \cdot 10^{-12}\right)^2 : 48 \cdot 10^{-4}} \cong$
d) $35000000000 + 18 \cdot 10^9 : \left(2 \cdot \sqrt{125} \cdot 10^9\right) \cong$

5) Il corpo umano contiene mediamente 5 litri di sangue e una goccia di sangue umano (di 6 mm^3) contiene circa 30 milioni di globuli rossi.
a) Quanti globuli rossi ci sono mediamente nel corpo umano?
b) 10'000 globuli rossi, disposti l'uno accanto all'altro lungo una retta, coprirebbero un segmento di 7 mm. Quanti km sarebbe lungo il segmento coperto da tutti i globuli rossi di un essere umano?

6) Problemi con i numeri grandi:

a) Quanti battiti ha effettuato il cuore di un novantenne durante tutta la sua vita, se ogni minuto, in media, il suo cuore batte 70 volte?
b) A quanti anni di vita corrispondono un miliardo di secondi?
c) Quanto vale la superficie della Terra sapendo che il raggio terrestre vale circa 6380 km?
d) Quanto vale il volume della Terra?
e) Quanto vale il volume del Sole e quante volte è approssimativamente più grande della Terra (il raggio del Sole vale circa $6,95 \cdot 10^8$ m)?
f) Quante volte, approssimativamente, la massa del Sole è maggiore della massa della Terra? (massa del Sole = $1,9891 \cdot 10^{30}$ kg, massa della Terra = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg)

7) Un anno luce corrisponde alla distanza che la luce, viaggiando ad una velocità di circa 300'000 km al secondo, percorre in un anno. Si domanda:
a) quanti km percorre la luce in un anno?
b) quanto tempo impiega la luce per giungere dal Sole sulla Terra? (distanza Terra-Sole = 150'000'000 km)
c) quanti anni luce dista la stella a noi più vicina ($3,75 \times 10^{13}$ km)?

8) La massa del Sole è di circa $1,97 \times 10^{29}$ kg; si valuta che la nostra galassia (la Via Lattea) possieda una massa complessiva di $1,5 \times 10^{11}$ masse solari. La massa dell'universo conosciuto è pari ad almeno 10^{11} volte la massa della nostra galassia. Calcolare approssimativamente la massa dell'universo conosciuto.

9) Calcolare l'errore assoluto e relativo di un indicatore di velocità che visualizza 60 km/h invece di 58 km/h.

10) La misura effettuata da un contagiri di una moto indica il regime di rotazione del motore ad un certo istante con un errore massimo di + 5%. Si domanda di determinare:

a) il valore indicato se il regime di rotazione del motore è di 8000 giri/minuto con un errore del 3%;
b) l'intervallo di possibili valori indicati quando il regime di rotazione del motore è di 6800 giri/minuto;
c) la percentuale di errore quando il regime di giri effettivo è di 5000 giri/min è sono indicati 5080 giri/min;
d) il valore esatto del regime di rotazione quando lo strumento indica 8500 giri/minuto con un errore del 5%.
e) la formula letterale che permette di risolvere le 4 domande.

9. EQUAZIONI NUMERICHE

1) Nella sequenza di passaggi successivi delle seguenti equazioni, indica quale operazione matematica viene effettuata:

a) $x+5=8 \quad \Rightarrow \quad x+5-5=8-5$

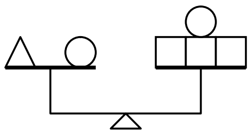
b) $a+b=b+a \quad \Rightarrow \quad a+b+1=b+a+1$

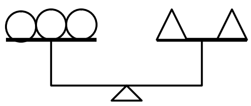
c) $ab=ba \quad \Rightarrow \quad 3ab=3ba$

d) $\frac{a}{b}=c \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b}\cdot b=b\cdot c$

2) Trovare i numeri corrispondenti a ciascun simbolo: $\begin{cases} \nabla+\Delta+O=11 \\ \Delta+\Delta+\nabla=12 \\ \Delta+\Delta+\Delta+\Delta=10 \end{cases}$

3) Le due bilance sono in equilibrio. Gli oggetti rappresentati con la stessa figura hanno la stessa massa.





A quanti quadrati corrisponde un triangolo? A quanti quadrati corrisponde un cerchio?

4) Pensa a un numero di due cifre; sottrai entrambe le cifre dal numero che hai pensato dal numero stesso; il numero trovato è sicuramente divisibile per 9. Perché?

5) Dalle seguenti formule ricavare la lettera indicata:

a) $s=a+b \quad \Rightarrow \quad b=?$

b) $3a-b=9 \quad \Rightarrow \quad b=?$

c) $y=3x+2 \quad \Rightarrow \quad x=?$

d) $y+2=3x+4 \quad \Rightarrow \quad x=?$

e) $ax+b=c \quad \Rightarrow \quad x=?$

f) $y-6=m(x-3) \quad \Rightarrow \quad x=?$

g) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad a=?$

h) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad b=?$

i) $\frac{x-8}{2}=4 \quad \Rightarrow \quad x=?$

j) $x^2-1=0 \quad \Rightarrow \quad x=?$

k) $A=\frac{b\cdot h}{2} \quad \Rightarrow \quad b=?$

l) $s=\frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad t=?$

m) $A=\frac{B+b}{2}\cdot h \quad \Rightarrow \quad B=?$

n) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z} \quad \Rightarrow \quad y=?$